13 Fundamentos de la mecánica cuántica

E S Q U E M A   D E   L A   U N I D A D

1. La crisis de la física cuántica en el micromundo
página 351

2. Antecedentes de la mecánica cuántica
páginas 352/361

- **2.1. La radiación del cuerpo negro y la hipótesis de Planck**
  páginas 352/354
- **2.2. El efecto fotoeléctrico y la explicación de Einstein**
  páginas 355/356
- **2.3. Los espectros atómicos y el átomo de Bohr**
  páginas 357/361

3. Nacimiento y principios de la mecánica cuántica
páginas 362/367

- **3.1. Ondas que son corpúsculos y corpúsculos que son ondas: la hipótesis de De Broglie**
  páginas 362/364
- **3.2. El principio de indeterminación de Heisenberg**
  página 365
- **3.3. La función de probabilidad de Schrödinger**
  páginas 366/367

4. Consecuencias de la mecánica cuántica
página 369

Cuestiones previas (página 350)

1. Un cuerpo que se calienta emite, en un primer momento, radiación térmica no visible. ¿Qué pasa a medida que seguimos calentándolo?

A medida que calentamos el cuerpo irá cambiando de color. Ese calor que inicialmente percibimos es radiación infrarroja invisible.

Conforme vamos calentando el cuerpo pasará por el color rojo, por tanto, emite en la frecuencia más baja del espectro visible. Si seguimos calentado al cuerpo, este cambiará a tonos más brillantes, se convierte en un cuerpo amarillo e incluso llegando al blanco. Esto significa que la frecuencia que emite un cuerpo irá aumentando con la temperatura.

2. ¿En qué momento aparece la idea de que la energía está cuantizada? ¿Qué fenómeno se logra explicar con dicha idea?

El primero que sugirió la cuantización de la energía fue Max Planck quién entonces enunció la hipótesis de que la radiación electromagnética es absorbida y emitida por la materia en forma de cuantos de luz o fotones de energía.

Einstein retomó el trabajo de Planck y extendió su estudio a la propia naturaleza y propagación de la luz. Se logra dar una explicación al efecto fotoeléctrico.

3. ¿Qué son los espectros atómicos? ¿Qué modelo de átomo logra dar una primera explicación satisfactoria del espectro más simple del átomo de hidrógeno?

El espectro atómico de un elemento es el conjunto de frecuencias de las ondas electromagnéticas emitidas por ese elemento y es característico de cada elemento.

El primer modelo de átomo que logra dar una explicación es el modelo de Bohr.

4. ¿Sigue vigente la división tradicional entre ondas y partículas?

Sí sigue vigente sobretodo para explicar insospechados efectos y fenómenos que tienen lugar a escala subatómica.

5. Si los electrones son partículas, como parece demostrado, ¿podrían dar lugar a fenómenos de difracción?

Si pueden los electrones dar lugar al fenómeno de la difracción. Fue de formas accidental C. J. Davisson y L. H: Germen, estudiando la dispersión de electrones en un blanco de niquel.

Actividades (páginas 353/365)

1 Vega es una estrella azulada de la constelación de Lira, mientras que Aldebarán es una gigante roja de la constelación de Tauro. ¿Cuál de las dos tiene una mayor temperatura superficial?

Como se desprende de la ley de Wien, puesto que la longitud de onda del azul es menor que la del rojo, la temperatura superficial de Vega es mayor que la de Aldebarán.

2 Dada la temperatura superficial de nuestro cuerpo, ¿qué tipo de radiación emiten los seres humanos?

La temperatura de nuestro cuerpo es de unos 37 °C (310 K), por lo que, en virtud de la ley de Wien:

$$\lambda_{máx} = \frac{0{,}2897 \text{ cm K}}{310 \text{ K}} = 9{,}345 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 9\,345 \text{ nm}$$

Esta longitud de onda corresponde al infrarrojo, que es el tipo de radiación que emiten los seres humanos.

3 ¿Cuál es el tamaño energético de un cuanto de luz amarilla de 510 nm?

El tamaño energético será:

$$E = hf = h\frac{c}{\lambda}$$

y sustituyendo los datos:

$$E = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8} \text{ m/s}}{5{,}1 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 3{,}9 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2{,}44 \text{ eV}$$

4 Sustituyendo los valores de las constantes que figuran en la expresión 13.21 de Bohr, demuestra que la constante que aparece fuera del paréntesis tiene el mismo valor que la constante de Rydberg.

Los valores de las constantes son las siguientes:

- $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg
- $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
- $\varepsilon_o = 8{,}9 \cdot 10^{-12}$ C^2/N m^2
- $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s
- $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/s

Al sustituirlos en la expresión **13.21,** se obtiene el valor de la constante de Rydberg:

$$\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_o^2 h^3 c} = 107\,643{,}9 \text{ cm}^{-1}$$

La desviación del conocido valor se debe a las aproximaciones decimales de las constantes involucradas.

5 PAU Cuando un electrón pasa a órbitas superiores, ¿aumenta su energía total? ¿Y su energía cinética? Demuéstralo utilizando las expresiones pertinentes.

La energía total del electrón (para el átomo de hidrógeno) sí aumenta, como se puede ver en la siguiente expresión:

$$E_{total} = -\frac{13{,}6}{n^2} \text{ eV}$$

Según esto, al incrementarse el valor de n y ser la energía total negativa, aumentará la energía total. Por el contrario, la energía cinética del electrón viene dada por la expresión:

$$E_c = \frac{1}{8} \cdot \frac{m_e e^4}{\varepsilon_o^2 n^2 h^2}$$

por lo que al aumentar el valor de n, disminuye la energía cinética.

6 Calcula la longitud de onda asociada a:

***a)* Un electrón que tiene una energía cinética de 200 eV.**

***b)* Un protón que tiene una energía cinética de 104 eV.**

a) Teniendo en cuenta que $E_c = p^2/2m$ (desde el punto de vista clásico, aplicable cuando $v << c$, como es el caso del electrón de esta actividad), tenemos que:

$$p = \sqrt{2mE_c}$$

Por tanto:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}} = 8{,}687 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0{,}086\,8 \text{ nm}$$

donde se ha considerado que la energía cinética vale 200 eV ($3{,}2 \cdot 10^{-17}$ J).

b) Procediendo de idéntico modo:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}} = 2{,}865 \cdot 10^{-13} \text{ m}$$

7 **Halla la longitud de onda asociada a los siguientes cuerpos e indica a qué zona del espectro corresponde cada una de ellas:**

a) **Un neutrón que se mueve con una velocidad de 10 km/s.**

b) **Una pelota de 20 g de masa que se mueve a una velocidad de 20 m/s.**

a) En este caso:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}}{1{,}675 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 10^4\ \text{m/s}} = 3{,}96 \cdot 10^{-11}\ \text{m}$$

Se trata de una longitud de onda correspondiente a radiaciones gamma.

b) En este caso:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}}{2 \cdot 10^{-2}\ \text{kg} \cdot 20\ \text{m/s}} = 1{,}66 \cdot 10^{-33}\ \text{m}$$

Evidentemente, para cuerpos y velocidades del dominio clásico, la longitud de onda tiende a cero, como es el caso, pues no se contemplan propiedades ondulatorias en el movimiento de dichos cuerpos.

8 **Calcula la indeterminación mínima de la cantidad de movimiento de un electrón confinado en un átomo de 1 Å de diámetro, así como su energía cinética mínima.**

Asumiremos que el tamaño del átomo es la indeterminación posible en la posición del electrón.

Así pues, la mínima indeterminación posible en la cantidad de movimiento del electrón se obtendrá de este modo:

$$\Delta x \Delta p = \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \Delta p = \frac{h}{2\pi \Delta x}$$

Puesto que $\Delta x = 10^{-10}$ m, al sustituir, se obtiene:

$$\Delta p = 1{,}056 \cdot 10^{-24}\ \text{kg m/s}$$

Según esto, el mínimo valor posible de momento lineal del electrón sería igual a su incertidumbre. Dado que $E_c = p^2/2m$, la energía cinética mínima será:

$$E_{c\,\text{mín}} = \frac{\Delta p^2}{2m} = 6{,}11 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 3{,}82\ \text{eV}$$

Cuestiones y problemas (páginas 370/371)

Guía de repaso

1 **¿Qué problema dio pie a la introducción del concepto de cuanto de energía?**

No explicaba la curva de emisión de un cuerpo negro debido a que los cuantos de mayor frecuencia podrían emitir mayores energías.

2 **¿Cómo varía la longitud de onda de la radiación emitida por un cuerpo caliente conforme se aumenta la temperatura? ¿Sabrías citar ejemplos que lo avalen?**

Disminuye su longitud de onda que viene determinada por la ley de desplazamiento de Wien.

Por ejemplo, los cambios de coloración del carbón o de un metal fundido cuando aumentamos su temperatura.

3 **¿Qué es un cuerpo negro? ¿Cómo podemos «construir» un cuerpo negro?**

Un cuerpo negro es aquel que absorbe todas las radiaciones; en consecuencia, es también un emisor ideal.

Podemos construir un cuerpo negro mediante una caja herméticamente cerrada y practicando un pequeño orificio en ella.

4 **¿Cómo es posible que un cuerpo negro se considere el emisor o radiador ideal si absorbe todas las radiaciones?**

Si un cuerpo se encuentra en equilibrio térmico, la energía que absorbe debe ser igual a la que emite. En consecuencia, un cuerpo negro en equilibrio térmico es un emisor ideal por ser un absorbente ideal.

5 **¿Qué leyes empíricas describen la radiación de un cuerpo negro? Enúncialas.**

- Ley de Stefan-Boltzmann: La intensidad de la radiación térmica de un cuerpo negro es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta.
- Ley de desplazamiento de Wien: El producto de la longitud de onda correspondiente al máximo de emisión por la temperatura absoluta es constante.

6 **¿A qué resultados conducían las teorías clásicas en su intento de interpretar el problema del cuerpo negro?**

Conducían a la llamada «catástrofe ultravioleta».

7 **¿A qué se llama catástrofe ultravioleta?**

Se llama catástrofe ultravioleta al hecho de que, según los resultados clásicos del problema de la emisión del cuerpo negro, para longitudes de onda muy pequeñas (del orden de las ultravioletas), la potencia irradiada tendería a infinito.

8 **¿Cuál es el procedimiento que sigue Planck al abordar el problema del cuerpo negro?**

En primer lugar formuló la ecuación matemática que se ajustara de una manera general a todas las gráficas y, una vez encontradas, buscó una interpretación física.

9 **¿Por qué decimos que la constante de Planck es universal? ¿Hay hechos que puedan demostrarlo?**

Puesto que la radiación electromagnética se rige por las mismas leyes, con independencia del origen de su emisión, y estas radiaciones encuentran explicación en la teoría de Planck, la constante *h* se convierte en universal.

10 **¿Qué hipótesis plantea Planck en la resolución del problema del cuerpo negro?**

El número de osciladores de baja frecuencia es muy superior al de osciladores de alta frecuencia.

11 **¿Qué es el efecto fotoeléctrico? ¿Conoces algunas aplicaciones de este efecto?**

El efecto fotoeléctrico es la emisión de electrones por un material cuando se le ilumina con radiación electromagnética. Las células fotoeléctricas basan su funcionamiento en dicho efecto.

12 **¿Cómo se descubrió el efecto fotoeléctrico?**

Mediante el experimento de Hertz.

13 **¿Cómo puede determinarse la energía cinética de los electrones que saltan en el efecto fotoeléctrico?**

Mediante la expresión **13.7** conocida también como la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico. Si conocemos el trabajo de extracción necesario para arrancar un electrón y la energía del fotón incidente podremos calcular dicha energía cinética.

14 **¿Qué características presenta el efecto fotoeléctrico?**

Solo se emiten electrones cuando la frecuencia de la luz que incide sobre la placa supera cierto valor que se denomina frecuencia umbral, y que es característico de cada metal. Por debajo de dicha frecuencia umbral no hay emisión de electrones. Por encima de dicha frecuencia umbral, un aumento de intensidad luminosa produce un incremento del número de electrones emitidos, pero no de su energía cinética máxima.

El número de electrones emitidos es proporcional a la intensidad de la radiación luminosa recibida.

15 ¿Qué diferencia hay entre la idea de los cuantos de Planck y la de los de Einstein? ¿Qué son los fotones?

Los cuantos de Planck se introducen para explicar los fenómenos de absorción y emisión de energía por parte de los átomos. Por tanto, en realidad, están relacionados únicamente con la naturaleza de los átomos. La idea de Einstein es que es la propia luz la que está constituida por cuantos de energía de diversos «tamaños», de modo que la energía que transporta una radiación electromagnética no está repartida de manera uniforme, sino que se encuentra concentrada en forma de cuantos, a los que se dio el nombre de fotones. De ese modo, la luz recuperaba su naturaleza corpuscular.

16 ¿Qué significa la ecuación de Einstein que describe el efecto fotoeléctrico?

Significa que un aumento de intensidad solo supone un incremento del número de fotones que llegan a la superficie, con lo que es mayor el número de electrones arrancados, pero no su energía cinética.

17 ¿Qué reconocimiento experimental tuvo la teoría de los cuantos en 1916?

La demostración experimental que hizo Millikan de h a partir del efecto fotoeléctrico.

18 ¿Cómo calculó Millikan la constante de Planck?

Midiendo en un mismo metal los potenciales de frenado necesarios para distintas radiaciones incidentes de frecuencias conocidas. El valor que obtuvo concordaba con el que Planck había usado en su explicación de la emisión del cuerpo negro.

19 ¿Qué es un espectro atómico? Describe el dispositivo experimental que nos permite obtenerlos.

Es el conjunto de frecuencias de las ondas electromagnéticas emitidas por átomos de ese elemento. Haciendo pasar luz blanca por una rendija estrecha y se descompone luego en un prisma (ver figura 13.8).

20 ¿Qué características hicieron que los espectros se convirtieran en objeto de estudio de muchos científicos?

Debido a que como el espectro es algo característico de cada elemento esta relacionado con la naturaleza de los átomos que constituyen dicho elemento.

21 ¿Qué regularidad observó Balmer? ¿Para qué espectro? ¿Cómo la formuló matemáticamente?

La regularidad que encontró fue la constante de Rydberg para el átomo de hidrógeno a través de la expresión:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

22 ¿Qué expresión general representa las series espectrales? ¿Cuántas series espectrales se conocen para el hidrógeno atómico?

La expresión general es:

$$\frac{1}{\lambda} = \tilde{\nu} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

Se conocen las series: Lyman, Blamer, Parchen, Brackett, Pfund y Humphreys.

23 ¿Qué problema se le planteó al modelo atómico propuesto por Rutherford?

La estabilidad de los átomos requería que los electrones giraran alrededor del núcleo en diferentes órbitas. En este punto, sin embargo, la física clásica volvía a introducir otra contradicción: los electrones en movimiento circular periódico debían emitir radiación electromagnética de modo continuo. Esto llevaba inexorablemente a concluir que su trayectoria acabaría en el núcleo.

24 ¿Cómo resuelve Bohr el problema de Rutherford?

Mediante la condición de cuantización de la energía de Planck y Einstein y la condición de cuantización del momento angular.

25 ¿Qué expresión nos da el radio permitido (en Å) de las órbitas de Bohr?

La expresión:

$$r = 0{,}53 \cdot n^2 \text{ Å}$$

26 ¿Cuál es la explicación que da el modelo de Bohr del espectro del hidrógeno?

Por un lado explica que los átomos solo emitirán aquellas energías que corresponden a diferencias de energía entre las distintas órbitas y, por otro lado, que la separación energética entre niveles superiores sea menor que entre niveles inferiores.

27 ¿Por qué la serie de Lyman aparece en el ultravioleta según este modelo?

Porque equivale a los valores del espectro dentro de la zona del ultravioleta.

28 ¿Qué hipótesis plantea De Broglie? ¿Obtuvo confirmación experimental?

Consiste en sugerir que la naturaleza debía regirse por leyes simétricas, de modo que si una onda (como la luz) tenía propiedades corpusculares, un corpúsculo (como el electrón) debía tener propiedades ondulatorias.

Consiguió confirmación experimental a través de la difracción e interferencia de los electrones.

29 ¿Cómo explica De Broglie el concepto de órbita estacionaria de Bohr? ¿Cómo obtiene el segundo postulado?

Para De Broglie una órbita estacionaria es aquella que corresponde al establecimiento en su seno de una onda estacionaria del electrón.

El segundo postulado lo obtiene desde un punto de vista ondulatorio y con la condición de cuantización de Bohr.

30 ¿Qué afirma el principio de indeterminación? ¿Tiene correlación este principio con la mecánica clásica?

El principio de indeterminación afirmna que el producto de las indeterminaciones de medida de la posición y del momento lineal es, como mínimo, igual a la constante de Planck dividida por 2π, de modo que cuanto mayor sea la precisión en la medida de la posición, mayor será la imprecisión del momento lineal, y viceversa.

Sí tiene correlación ya que en la mecánica clásica a medida que aumenta la masa, el producto de las indeterminaciones tiende a disminuir y se acerca a cero.

31 ¿Qué es la energía del punto cero?

La energía del punto cero es la energía cinética a 0 K que implica que existe movimiento.

32 ¿Qué significado tiene la función de onda introducida por Schrödinger?

Representa la probabilidad máxima de encontrar un electrón en un determinado volumen.

33 ¿Existe algún símil clásico de la ecuación ondulatoria de Schrödinger?

Sí existe un símil clásico que es el cálculo de la energía de un sistema se realiza a partir de la energía cinética y potencial.

34 **¿Mantiene la mecánica cuántica el concepto de órbita del átomo de Bohr?**

No la mantien, la idea de las trayectorias precisas de Bohr se sustituye por zonas o regiones donde existe máxima probabilidad de hallar al electrón.

Radiación del cuerpo negro

35 **Si el color negro es el que más radiaciones absorbe, ¿por qué los exploradores de los polos utilizan habitualmente colores claros en las ropas que llevan?**

Dado que un buen absorbente es también un buen emisor, podemos concluir, igualmente, que un mal absorbente es también un mal emisor.

Al ser el color blanco un mal absorbente (pues refleja todas las radiaciones), será también un mal emisor, lo que hace que disminuya la pérdida de la propia energía del cuerpo por radiación. Por ese motivo, la ropa aconsejable en zonas polares para preservar la temperatura corporal sería la blanca.

En cualquier caso, los exploradores de los polos suelen usar colores claros y no blancos, con el objeto de no ser confundidos con la nieve y poder ser localizados en caso de extraviarse.

36 **Cuando se representa un cuerpo negro ideal, suele elegirse como cavidad un orificio esférico. ¿A qué es debido esto?**

Porque de ese modo el número de reflexiones es mucho mayor, lo que permite que la energía sea absorbida paulatinamente en cada reflexión y evita que vuelva a salir por el orificio.

37 **Al calentar un alambre de platino, este va tomando distintas tonalidades; rojas, naranjas, amarillas, para llegar finalmente al blanco brillante. ¿Por qué no se vuelve verde o azul?**

Según puede observarse en la figura 13.3 (página 353), a medida que la temperatura aumenta, el pico de emisión se desplaza hacia longitudes de onda menores; sin embargo, también se observa que aumenta la intensidad de las emisiones correspondientes a las demás longitudes de onda adyacentes. Esto, combinado con la distinta sensibilidad de nuestros ojos a los colores, conduce a que percibamos finalmente un blanco rojizo brillante como resultado de la combinación de las intensidades de los colores presentes.

38 **¿Cómo se puede determinar la temperatura de la superficie de una estrella?**

Se determina analizando la longitud de onda correspondiente a la luz que se emite con máxima intensidad y aplicando la ley de Wien.

39 **La temperatura superficial del Sol es de aproximadamente 6 000 K. ¿A qué longitud de onda y a qué color corresponde el pico de emisión?**

Teniendo en cuenta la ley de Wien:

$$\lambda_{\text{máx}} = \frac{0{,}2897 \text{ cm K}}{6\,000 \text{ K}} = 4{,}82 \cdot 10^{-5} \text{ cm} = 482 \text{ nm}$$

El pico de emisión correspondería al azul.

Efecto fotoeléctrico

40 **Cuando un fotón choca con un electrón en la superficie de un material, el fotón transfiere toda su energía al electrón.**

a) **¿De qué magnitudes depende la energía que tiene el fotón?**

b) **¿Será siempre emitido el electrón con la energía transferida o es preciso que se dé alguna otra condición? Razona tu respuesta.**

a) Depende de la frecuencia de la radiación incidente, así como de la constante de Planck.

b) Parte de la energía transferida se emplea en el trabajo de extracción, por lo que la energía cinética del electrón emitido será siempre menor que la del fotón incidente.

41 PAU **Sabiendo que el valor de la longitud de onda umbral de la plata es de 262 nm. Determina la energía cinética de los electrones emitidos si se ilumina la superficie con una radiación incidente de 200 nm.**

Puesto que:

$$hf = hf_o + E_c$$

entonces:

$$E_c = h\,(f - f_o) = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_o}\right) = 2{,}35 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

42 PAU **El potencial de ionización del litio es 5,38 eV. Deduce el valor de la frecuencia y la longitud de onda umbral para que pueda producirse efecto fotoeléctrico. ¿Qué tipo de radiación produce emisión fotoeléctrica en el litio?**

Dado que el potencial de ionización es lo mismo que el trabajo de extracción del electrón:

$$f_o = \frac{E_o}{h} = 1{,}30 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

donde hemos considerado que 5,38 eV equivale a $8{,}6 \cdot 10^{-19}$ J.

La longitud de onda umbral será:

$$\lambda_o = \frac{c}{f_o} = 230 \text{ nm}$$

que corresponde a la radiación ultravioleta.

43 PAU **El valor del umbral fotoeléctrico para cierto metal es de 2,9 eV. Determina:**

a) **La frecuencia a partir de la cual un haz de luz podrá arrancar electrones de ese material.**

b) **La energía cinética máxima, expresada en julios, que podrán tener los electrones arrancados por otro haz cuya longitud sea de $2 \cdot 10^{-7}$ m.**

a) La frecuencia que corresponde al valor umbral es:

$$f_o = \frac{E_o}{h} = \frac{4{,}64 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}} = 6{,}99 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

b) La energía incidente para esa longitud de onda es:

$$E = h\frac{c}{\lambda} = 9{,}945 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Por otro lado:

$$E = E_{\text{umbral}} + E_c \Rightarrow E_c = E - E_{\text{umbral}}$$

Sustituyendo los datos:

$$E_c = (9{,}945 - 4{,}64) \cdot 10^{-19} \text{ J} = 5{,}31 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

D44 **Sobre un metal inciden fotones cuya longitud de onda es de 500 nm. Si la longitud de onda umbral correspondiente a dicho metal es de 612 nm:**

a) **Indica si se extraen o no electrones.**

b) **Determina, en su caso, la energía cinética que tienen los mismos.**

c) **Calcula la energía de extracción en eV.**

a) Sí se extraen electrones, pues, al ser la longitud de onda incidente menor que la umbral, la energía asociada es mayor.

b) La energía cinética de los fotones es:

$$E_c = E_{\text{incidente}} - E_{\text{umbral}} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_o}\right) =$$
$$= 7{,}29 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0{,}455 \text{ eV}$$

c) La energía de extracción o umbral es:

$$E_{\text{umbral}} = h\frac{c}{\lambda_o} = 3{,}25 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2{,}03 \text{ eV}$$

45 **PAU** **Se ilumina una superficie pulida y limpia de litio con una radiación de 200 nm de longitud de onda. ¿Con qué velocidad salen los electrones de la superficie?**

Puesto que el potencial de ionización del litio es de 5,38 eV ($8{,}608 \cdot 10^{-19}$ J), si se ilumina con radiación de 200 nm, le corresponde una energía asociada de:

$$E = h\frac{c}{\lambda} = 9{,}945 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

entonces, la energía cinética comunicada a los electrones es de:

$$E_c = E - E_0 = 1{,}337 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

De este modo, la velocidad de los electrones será de:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = 5{,}42 \cdot 10^5\ \text{m/s}$$

46 **PAU** **¿Qué potencial debe aplicarse para detener los electrones más rápidos emitidos por una superficie de cobre sometida a la acción de una radiación de 1 500 Å de longitud de onda, sabiendo que el valor de la energía umbral del cobre es de 4,4 eV?**

El potencial de frenado es igual a:

$$V_f = \frac{E_c}{e}$$

Y la energía incidente es:

$$E = h\frac{c}{\lambda} = 1{,}326 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

Puesto que $E_{\text{umbral}} = 7{,}04 \cdot 10^{-19}$ J, entonces:

$$E_c = E - E_{\text{umbral}} = 6{,}22 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Por tanto:

$$V_f = 3{,}88\ \text{V}$$

Espectros atómicos

47 **Los espectros de absorción atómicos se fundamentan en el análisis de la luz que llega de cierta fuente después de atravesar una muestra gaseosa de algún elemento. El resultado es un conjunto de líneas negras (ausencia de radiación de ciertas frecuencias) sobre un fondo de espectro continuo. ¿Qué relación guardan dichas líneas negras con el espectro de emisión del elemento gaseoso?**

Dichas líneas aparecen exactamente en los mismos lugares (mismas longitudes de onda) del registro gráfico que las líneas de emisión. Un espectro de absorción registra la luz no absorbida por la muestra, apareciendo como líneas negras las zonas cuya longitud de onda o frecuencia corresponde a la luz absorbida. Sin embargo, la energía que un átomo absorbe al excitarse es la que emite cuando vuelve a su estado fundamental; por esa razón, las líneas de absorción y emisión de un espectro son coincidentes.

D 48 **PAU** **El postulado de cuantización del momento angular de Bohr establece valores discretos para esta magnitud. Haciendo uso del principio de correspondencia, demuestra que en la mecánica clásica se llega a la ausencia de dicha cuantización.**

El principio de correspondencia, formulado por el propio Bohr, establece que, para números cuánticos grandes, se obtienen las predicciones clásicas. En la mecánica clásica, el momento angular, puede adquirir cualquier valor y no existe cuantización alguna. La condición de cuantización del momento angular (en realidad, arbitraria) fue impuesta con el fin de conseguir que las diferencias energéticas entre niveles correspondiesen a las transiciones energéticas de las líneas espectrales.

Dado que la energía de las órbitas de Bohr para el átomo de hidrógeno viene dada por la expresión $-13{,}6/n^2$ eV, la diferencia de energía entre niveles tiende a cero para valores grandes de n, de modo que en estos casos la energía puede suponerse continua, lo cual se corresponde con la predicción clásica. De ese modo, desaparece también la condición de cuantización del momento angular, que puede adquirir cualquier valor.

49 **PAU** **¿Cómo puede deducirse el potencial de ionización de un elemento a partir del modelo de Bohr?**

El potencial de ionización es la mínima energía necesaria para que un electrón deje de estar ligado al núcleo y, por tanto, su energía sea cero (recordemos que la energía de un electrón ligado a un átomo es negativa). En consonancia, con el modelo de Bohr, este valor de energía sería el correspondiente a n infinito. Por tanto, se trataría de calcular la energía absorbida cuando n_2 es infinito.

50 **¿Qué relación existe entre el espectro de un átomo de helio ionizado y el del hidrógeno?**

Ambos son monoelectrónicos, pero, en el caso del helio ionizado, la carga nuclear es Ze. Si se desarrolla la expresión de la energía emitida al pasar de una órbita superior a una inferior, aparecerá el término Z^2, lo que significa que las líneas correspondientes a las series espectrales aparecen desplazadas en el caso del helio con respecto al hidrógeno. Concretamente, como $Z = 2$, los números de onda de las líneas del helio ionizado serán cuatro veces mayores.

51 **PAU** **Al excitar un átomo de hidrógeno, su electrón pasa a otro nivel energético y absorbe 12 eV. Calcula la frecuencia y la longitud de onda de la radiación emitida cuando vuelve a su estado fundamental.**

La energía emitida al volver a su estado fundamental será también de 12 eV = $1{,}92 \cdot 10^{-18}$ J. Así pues:

$$E = hf \Rightarrow f = \frac{E}{h} = 2{,}9 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$

mientras que:

$$\lambda = \frac{c}{f} = 103\ \text{nm}$$

52 **PAU** **Con respecto a un átomo de hidrógeno, calcula:**

a) La energía necesaria, en eV, para excitar el electrón hasta el nivel 5.

b) La longitud de onda de la radiación emitida al volver a su estado fundamental.

c) La energía que se necesita si se quiere excitar todos los electrones de 1 mol de átomos hasta el nivel 5. Exprésala en J/mol.

a) En el átomo de hidrógeno, la energía correspondiente a cada nivel viene dada, en eV, por la expresión de Bohr:

$$E = -\frac{13{,}6}{n^2}\ \text{eV}$$

Por tanto, la energía requerida para excitar un electrón hasta el nivel 5 es:

$$E_5 - E_1 = -0{,}544 - (-13{,}6) = 13{,}056\ \text{eV}$$

b) Al volver al estado fundamental, emitirá la energía absorbida, por lo que:

$$\Delta E = 13{,}056\ \text{eV} = 2{,}08 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

Por tanto:

$$\Delta E = h\frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{\Delta E} = 95\ \text{nm}$$

c) Se requerirá una energía igual a:

$$E = N_A \Delta E = 7{,}86 \cdot 10^{24}\ \text{eV/mol} = 1{,}252 \cdot 10^6\ \text{J/mol}$$

53 **¿Cuál es la longitud de onda más corta de la serie de Lyman? ¿Y de la de Balmer?**

La longitud de onda más corta es la que corresponde a la mayor transición posible en cada serie y, por tanto, a la mayor energía.

En cada caso, pues, $n_2 = \infty$.

De este modo:

- Para la serie de Lyman:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2}\right)$$

despejando queda:

$$\lambda = \frac{n_1^2}{R} = 9{,}11 \cdot 10^{-6}\ \text{cm} = 91{,}1\ \text{nm}$$

- Para la de Balmer:

$$\lambda = \frac{n_1^2}{R} = 364\ \text{nm}$$

54 **Determina la longitud de onda correspondiente a la tercera raya espectral de la serie de Paschen y calcula luego su frecuencia.**

En la serie de Paschen, $n_1 = 3$, por lo que:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{36}\right) \Rightarrow \lambda = 1\,094\ \text{nm}$$

valor que corresponde, pues, a la zona del infrarrojo.

Por otro lado, la frecuencia de esta raya espectral es:

$$f = \frac{c}{\lambda} = 2{,}74 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

Mecánica cuántica

55 **PAU** **¿Qué significa que las órbitas de Bohr sean estacionarias a la luz de la hipótesis de De Broglie?**

Significa que corresponden al establecimiento de ondas estacionarias del electrón en dicha órbita.

Esta condición sí tiene significado físico real y conduce a la cuantización del momento angular.

56 **Se determina la posición de una partícula y su momento lineal con un error de 10^{-5} m y 10^{-7} kg m/s, respectivamente.**

a) **Es imposible, pues esto va en contra del principio de incertidumbre.**

b) **Es posible, ya que no viola dicho principio.**

c) **No se puede asegurar si es o no posible; es necesario conocer la energía de la partícula.**

El producto de las indeterminaciones es 10^{-12} y, por tanto, mayor que $h/2\pi$, por lo que la respuesta correcta es la ***b)***.

57 **Un electrón tiene una longitud de onda de 250 nm. ¿A qué velocidad se mueve?**

Según el principio de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \Rightarrow v = \frac{h}{m\lambda} = 2\,912\ \text{m/s}$$

58 **¿Con qué diferencia de potencial tendríamos que acelerar un electrón para que su longitud de onda fuese de 10 nm?**

El momento lineal de un electrón que tuviera esa longitud de onda sería de:

$$p = \frac{h}{\lambda} = 6{,}63 \cdot 10^{-26}\ \text{kg m/s}$$

por lo que su energía cinética sería:

$$E_c = \frac{p^2}{2m} = 2{,}41 \cdot 10^{-21}\ \text{J}$$

Así, la diferencia de potencial que habría que aplicar sería:

$$e\Delta V = \Delta E_c \Rightarrow \Delta V = 0{,}015\ \text{V}$$

59 **¿Cuál sería la longitud de onda asociada a una pelota de 50 g que se moviera con una velocidad de 30 m/s?**

La longitud de onda asociada será:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = 4{,}4 \cdot 10^{-34}\ \text{m}$$

Es decir, es prácticamente cero.

D 60 **PAU** **Una partícula de 2 μg se mueve con una velocidad de 5 cm/s. Calcula la indeterminación mínima de su posición teniendo en cuenta que la indeterminación de su velocidad es de un 0,002 %.**

La indeterminación de la velocidad es:

$$\Delta v = 0{,}05\ \text{m/s} \cdot \frac{0{,}002}{100} = 10^{-6}\ \text{m/s}$$

Por tanto, la indeterminación del momento lineal será:

$$\Delta p = m\Delta v = 2 \cdot 10^{-9}\ \text{kg} \cdot 10^{-6}\ \text{m/s} = 2 \cdot 10^{-15}\ \text{kg m/s}$$

En consecuencia, la indeterminación de la posición viene dada por la expresión:

$$\Delta x = \frac{h}{2\pi\Delta p} = 5{,}28 \cdot 10^{-20}\ \text{m}$$

61 **PAU** **Si la posición de un electrón puede medirse con una exactitud de $1{,}6 \cdot 10^{-8}$ m, ¿con qué precisión se puede conocer su velocidad?**

Datos: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-36}$ J s; m_e 9,1 · 10^{-31} kg

Si la indeterminación de la posición es $\Delta x = 1{,}6 \cdot 10^{-8}$ m, la de la velocidad será:

$$\Delta v = \frac{h}{2\pi m\Delta x} = 7{,}2 \cdot 10^{3}\ \text{m/s}$$

62 **Un fotón posee una longitud de onda de $2{,}0 \cdot 10^{-11}$ m. Calcula:**

a) **Su cantidad de movimiento.**

b) **Su energía.**

a) El momento lineal o cantidad de movimiento del fotón es:

$$p = \frac{h}{\lambda} = 3{,}31 \cdot 10^{-23}\ \text{kg m/s}$$

b) La energía es:

$$E = h\frac{c}{\lambda} = 9{,}94 \cdot 10^{-15}\ \text{J}$$