## Actividades

**1. Determina cuáles de las siguientes son unidades coherentes del SI y cuáles no.**

**N/cm$^2$; N/kg ; J/año ; C · Cm · s$^{-1}$; A · s**

Son coherentes: N/kg y A · s

**2. Describe brevemente los conceptos magnitud, cantidad y unidad, intentando relacionar los tres y el concepto de medida en un esquema.**

Esta actividad es de solución abierta.

**3. Calcula la ecuación dimensional de la energía potencial gravitatoria $E_p = m\,g\,h$.**

$$[E_p] = [m] \cdot [g] \cdot [h] = M \cdot LT^{-2} \cdot L = ML^2T^{-2}$$

**4. A partir de las ecuaciones que definen las siguientes magnitudes, determina sus ecuaciones dimensionales, así como sus unidades en el SI.**

***a)*** **Cantidad de movimiento $p = m\,v$**

***b)*** **Fuerza $F = m\,a$**

***c)*** **Energía cinética $E_c = 1/2\ m\,v^2$**

*a)* $[p] = MLT^{-1}$

*b)* $[F] = MLT^{-2}$

*c)* $[E_c] = M\left[\frac{L}{T}\right]^2 = ML^2T^{-2}$

**5. Utilizando las ecuaciones dimensionales, comprueba que la velocidad de caída de un cuerpo bajo la acción de la gravedad no depende de su masa. Es decir, comprueba que es falso que los cuerpos más pesados caigan con más rapidez, como afirmaba Aristóteles.**

La velocidad de caída de un cuerpo viene dada por $v = \sqrt{2gh}$, cuya ecuación dimensional es:

$$[v] = [LT^{-2}]^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}} = LT^{-1}$$

en donde no aparece la masa.

**6. La velocidad de caída de un cuerpo depende de la altura recorrida y de la gravedad, pero dudas si la fórmula correcta es v = 2gh ; v = 2gh$^2$ ; $v = \sqrt{2gh}$**

Será correcta la que dimensionalmente sea homogénea: El segundo miembro tenga las dimensiones de una velocidad.

$[2gh] = LT^{-2} \cdot L = L^2T^{-2} \neq [v]$ no es correcta.

$[2gh^2] = LT^{-2} \cdot L^2 = L^3T^{-2} \neq [v]$ no es correcta

$[\sqrt{2gh}] = [LT^{-2} \cdot L]^{\frac{1}{2}} = LT^{-1} = [v]$ es correcta

**7. Halla las dimensiones de la $G$ de la gravitación universal, sabiendo que:**

$$F = G\,\frac{m\,.\,m'}{d^2}$$

$$[G] = [F] \cdot [d]^2\,.\,[M]^{-2} = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L^2 \cdot M^{-2} = L^3 \cdot M^{-1} \cdot T^{-2}$$

**8. ¿Es correcta dimensionalmente la fórmula $P = F \cdot S$ (presión = = fuerza · superficie)? Explica por qué.**

La ecuación dimensional de la presión es:

$$[p] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$$

La ecuación dimensional de la fórmula dada es:

$$[P] = MLT^{-2} \cdot L^2 = ML^3T^{-2}$$

Por tanto, no es correcta.

**9. El tiempo que tarda un péndulo en dar una oscilación completa viene dado por $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, siendo $l$: longitud del hilo y $g$: aceleración de la gravedad. Demuestra que esta ecuación es dimensionalmente correcta.**

Será correcta si ambos miembros tienen la misma dimensión.

Primer miembro: $[T] = T$

Segundo miembro: $\left[2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\right] = \left[\sqrt{\frac{l}{g}}\right] = L^{\frac{1}{2}} \cdot [LT^{-2}]^{\frac{-1}{2}} \cdot T = T$

**10. Estás midiendo el periodo de un péndulo. Pueden darse algunas de estas circunstancias durante la medición:**

- **Que el cronómetro no funcione bien (adelanta o atrasa).**
- **Que al medir un solo periodo *(T)*, el tiempo que empleas en disparar o parar el cronómetro (tiempo de reacción) sea diferente en cada medición.**
- **Que unos compañeros tuyos abran la puerta del laboratorio, provocando corrientes de aire o vibraciones de las mesas de trabajo que interfieran en la calidad de las medidas. Para minimizar los posibles errores cometidos, en lugar de medir el tiempo que tarda el péndulo en dar una oscilación, mides el tiempo que tarda en dar diez oscilaciones, y repites la operación cinco veces, obteniendo los siguientes resultados:**

| Medición | 1.a | 2.a | 3.a | 4.a | 5.a |
|---|---|---|---|---|---|
| Resultado | 19,4 s | 20,2 s | 20,0 s | 18,1 s | 21,3 s |

- **Sabemos que el periodo de un péndulo viene dado por la ley $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$(siendo $l$ la $g$ longitud del hilo y $g$ el valor de la gravedad).**

***a)*** **De las circunstancias indicadas, ¿cuáles dan origen a errores accidentales y cuáles a errores sistemáticos?**

**b) ¿Cuál es el periodo del péndulo, de acuerdo con los resultados de las medidas?**

***c)*** **¿Qué error absoluto y relativo has cometido en la medición del periodo *T*, teniendo en cuenta la ley del péndulo? (Se supone que el valor de $l$ y de $g$ son exactos).**

*a)*

- Origen accidental de los errores: tiempo de reacción, corrientes de aire al abrir la puerta del laboratorio.
- Origen sistemático de errores: error del cronómetro.

*b)* El periodo del péndulo viene dado por la media aritmética de los valores obtenidos:

$$T = \frac{1}{10} \cdot \frac{19{,}4\ s + 20{,}2\ s + 20{,}0\ s + 18{,}1\ s + 21{,}3\ s}{5} = 1{,}98\ s$$

Aplicando la ley del péndulo, el valor del periodo es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 6{,}28 \sqrt{\frac{1}{9{,}81}} = 2{,}00\ s$$

*c)* $e_a = 2{,}00\ s - 1{,}98\ s = 0{,}02\ s$ ;

$$e_r = \frac{e_a}{\nu_\nu} = \frac{0{,}02}{2{,}00} = 0{,}01 \Rightarrow 1\ \%$$

**11. Realiza un trabajo en equipo sobre algún tema físico de actualidad (por ejemplo, los agujeros negros, la materia oscura, las ondas gravitacionales, etc.). Para ello visita webs como goo.gl/BQS4R8, goo.gl/6ns1, goo.gl/LBF9Gh o goo.gl/RWnvl.**

Respuesta abierta: la solución depende del tema elegido y del grupo de alumnos que lo desarrolle.

**12. Diseña simulaciones interactivas sobre fenómenos físicos usando programas sencillos de elaboración de applets, como por ejemplo: goo.gl/6QxoT5.**

Respuesta abierta: la solución depende del tema elegido y del grupo de alumnos que lo desarrolle.

**13. Elige simulaciones sobre temas de Física vistos durante el curso pasado: cinemática, dinámica, energía, etc. Después, realiza una página web o blog que enlace esos contenidos directamente, junto con una breve nota descriptiva, con objeto de reunir la información de todas las simulaciones realizadas para visitar posteriormente.**

Respuesta abierta: la solución depende del tema elegido y del grupo de alumnos que lo desarrolle.

**14. Consulta páginas web de PeHT simulations (como goo.gl/OJ9U) para analizar las muchas simulaciones que existen en Internet sobre los distintos fenómenos físicos que estudiarás a lo largo del curso.**

Respuesta abierta: la solución depende del tema elegido y del grupo de alumnos que lo desarrolle.

## Ciencia, tecnología y sociedad

**1. Cita algunas posibles causas por las que grandes ideas no llegan a plasmarse en inventos.**

Dificultades económicas o técnicas para llevar a la práctica las ideas concebidas por el inventor. Incomprensión social hacia el inventor.

**2. ¿Existen algunas diferencias entre invento y descubrimiento?**

El invento es la culminación práctica (en forma de utensilios, aparatos, etc.) de una idea, tras un proceso lento y laborioso en general.

El descubrimiento es la manifestación (unas veces imprevista y otras resultado de una serie de ensayos) de la existencia de un hecho desconocido hasta esa fecha.

El invento suele ser consecuencia de un proceso lento. En cambio, el descubrimiento suele ser imprevisto.

**3. Hay muchos «inventos caseros» en forma de recetas, remedios, utensilios, etc. que no están patentados. Cita algún ejemplo.**

Contestación abierta.

**4. Se suele decir que la siesta es un gran invento español. ¿Se puede considerar la siesta como un invento? Explica tu respuesta.**

No. No cumple la definición de invento. Invento sería: la cama, sofá, hamaca, etc. usados para dormir la siesta. La siesta es una costumbre social.

## Problemas propuestos

### Cálculo de errores y notación científica

**1. Te recordamos que la notación científica consiste en expresar un número con una parte entera (de una sola cifra, que no sea cero) seguido del resto del número en forma decimal multiplicado por una potencia de base diez con exponente positivo o negativo según corresponda al valor del número. Expresa en notación científica:**

***a)* Las cantidades: $a$ = 73 000 000; $b$ = 0,000 003.**

***b)* El resultado de las operaciones $a \cdot b$; $a : b$.**

*a)* $a = 73\,000\,000 = 7{,}3 \cdot 10^7$ ; $b = 0{,}000\,003 = 3 \cdot 10^{-6}$

*b)* $a \cdot b = 7{,}3 \cdot 10^7 \cdot 3 \cdot 10^{-6} = 2{,}19 \cdot 10^2$ ;

$$a : b = \frac{7{,}3 \cdot 10^7}{3 \cdot 10^{-6}} = 2{,}43 \cdot 10^{13}$$

**2. Un carpintero mide una puerta de 2,50 m de alto, obteniendo un valor de 2,52 m; otro carpintero, al medir la longitud de una mesa de 80,0 cm obtiene 79 cm. De estas dos medidas, ¿cuál es más precisa?**

La precisión de una medida depende del valor del error relativo cometido. Cuanto menor sea este, mayor será la precisión de la medida.

Error relativo de la primera medida:

$$e_r = \frac{2{,}52\ m - 2{,}50\ m}{2{,}50\ m} = 0{,}8\ \%$$

Error relativo de la segunda medida:

$$e_r = \frac{80{,}0\ cm - 79\ cm}{80{,}0\ cm} = 1{,}25\ \%$$

La primera medida es más precisa: $0{,}8\ \% < 1{,}25$

**3. Se han pesado dos muestras de la misma sustancia, cuyas medidas han sido 9,2 ± 0,2 g y 3,6 ± 0,1 g. ¿Cuál es el peso de la muestra conjunta? S: 12,8 ± 0,3 g.**

El peso de la muestra conjunta y su error cometido es igual a la suma de cada una de las muestras y la suma de los errores respectivos.

$s = (9{,}2 \pm 0{,}2\ g) + (3{,}6 \pm 0{,}1\ g) = 12{,}8 \pm 0{,}3\ g$

**4. Se deja caer un objeto desde una determinada altura y se miden los siguientes tiempos hasta su llegada al suelo: 1,17 s; 1,21 s; 1,15 s; 1,18 s; 1,20 s; 1,18 s.**

**a) Halla el valor medio del tiempo que tarda en caer.**

**b) Escribe ese tiempo con su correspondiente incertidumbre.**

**c) Determina la altura desde la que cayó.**

*a)* El valor medio se obtiene hallando la media aritmética de los valores obtenidos:

$$t = \frac{1{,}17\ \text{s} + 1{,}21\ \text{s} + 1{,}15\ \text{s} + 1{,}18\ \text{s} + 1{,}20\ \text{s} + 1{,}18\ \text{s}}{6} = 1{,}18\ \text{s}$$

*b)* 1,18 ± 0,01 s

*c)* $h = \frac{1}{2} gt^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2 \,.\, (1{,}18 \pm 0{,}01\ \text{s})^2 = 6{,}83 \pm 0{,}12\ \text{m}$

**5. Un automóvil recorre una distancia de 30 ± 0,8 s en un tiempo de 2,0 ± 0,1 s. ¿Qué error relativo se comete al calcular la velocidad del coche?**

El error relativo cometido en el cálculo de la velocidad es igual al error relativo cometido en la distancia más el error relativo cometido en la medida del tiempo.

Error relativo en la distancia: $e_r = \frac{0{,}8\ \text{m}}{30\ \text{m}} = 2{,}66\ \%$

Error relativo en el tiempo: $e_r = \frac{0{,}1\ \text{s}}{2\ \text{s}} = 5\ \%$

Error relativo en el cálculo de la velocidad:
$e_r = 2{,}66\ \% + 5\ \% = 7{,}66\ \%$

## Ecuaciones dimensionales

**6. Una partícula de masa *m* cuando se desplaza con movimiento vibratorio lo hace de forma que el periodo-tiempo que tarda en dar una vibración viene dado por:**

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

**¿Qué dimensión tiene la constante *k* para que la ecuación anterior sea homogénea?**

Para que la ecuación sea homogénea la expresión $\sqrt{\frac{m}{k}}$ ha de tener la dimensión de un tiempo: $\left[\sqrt{\frac{m}{k}}\right] = T$. Por tanto, se cumple $\frac{m}{k} = t^2 \Rightarrow k = \frac{m}{t^2}$

De donde $[k] = MT^{-2}$

**7. Dudas acerca de cuál de las ecuaciones $F = \frac{mv^2}{r}$, $F = \frac{mv}{r}$ representa la fuerza centrípeta? Indica cuál de las dos es dimensionalmente correcta.**

Será correcta la que en el segundo miembro la dimensión de una fuerza. Es decir:

$$[F] = MLT^{-2}$$

- Primera igualdad: $\left[\frac{mv^2}{r}\right] = ML^2T^{-2} \cdot L^{-1} = MLT^{-2}$ es correcta.
- Segunda igualdad: $\left[\frac{mv}{r}\right] = MLT^{-1} \cdot L^{-1} = MT^{-1}$ es falsa.

**8. Admitiendo que la velocidad de propagación del sonido, *v*, en un gas depende de la presión, *p*, de la densidad, ρ, y de la masa molar, *M*, demuestra que la expresión $V = A\sqrt{\frac{p}{\rho}}$ es correcta si *A* es una constante sin dimensión.**

La ecuación será correcta si la expresión $\sqrt{\frac{p}{\rho}}$ tiene las dimensiones de una velocidad: $\left[\sqrt{\frac{p}{\rho}}\right] = LT^{-1}$ ;

$$\left[\sqrt{\frac{F \cdot V}{S \cdot m}}\right] = \left[\sqrt{\frac{MLT^{-2} \cdot L^3}{L^2 \cdot M}}\right] = [\sqrt{T^{-2}\,L^2}] = LT^{-1}$$

La ecuación es correcta.

**9. ¿En qué unidades del SI se mide la constante de la gravitación universal si su ecuación dimensional es: $[G] = L^3M^{-1}T^2$?**

De acuerdo con la ecuación dimensional de G, esta constante se puede expresar en el SI en las siguientes unidades: $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

**10. La energía mecánica de un satélite que gira en torno a la Tierra viene dada por $E = \frac{GM_Tm}{R_0}$, en donde $M_T$ y m son las masas de la Tierra y del satélite y $R_0$ es el radio de la órbita que describe. Comprueba que la igualdad anterior es correcta utilizando las ecuaciones dimensionales.**

Será correcta si $\frac{GM_Tm}{R_0}$ tiene las dimensiones de una energía mecánica:

$[F \cdot e] = ML^2T^{-2}$ ;

$$\left[G\,\frac{M_T \cdot m}{R_0}\right] = [G] \cdot M^2 \cdot L^{-1} = L^3 \cdot M^{-1} \cdot T^{-2} \cdot M^2 \cdot L^{-1} = ML^2T^{-2}$$

Por tanto, la expresión anterior es correcta.

**11. Demuestra que el «trinomio de Bernouilli» es homogéneo. El trinomio es: $p + \frac{1}{2}\rho v^2 + h\rho g = k$; siendo *p* = presión = fuerza/superficie, ρ = masa/volumen, *h* = altura y *g* = aceleración de la gravedad. ¿Qué dimensiones debe tener la constante *k*?**

Será homogéneo si todos los términos de la igualdad tienen la misma dimensión:

$$[p] = [\rho v^2] = [h\rho g] = [k]$$

1.º $[p] = \left[\frac{F}{S}\right] = MLT^{-2} \cdot L^{-2} = ML^{-1}T^{-2}$

2.º $\left[\frac{1}{2}\,\rho v^2\right] = ML^{-3} \cdot L^2T^{-2} = ML^{-1}T^{-2}$

3.º $[h\rho g] = L \cdot ML^{-3} \cdot LT^{-2} = ML^{-1}T^{-2}$

Los términos del primer miembro son homogéneos. Para que la igualdad sea homogénea la constante $k$ ha de tener la dimensión:

$$[k] = ML^{-1}T^{-2}$$

**12. Supongamos que el agua de un río se mueve con una velocidad que es directamente proporcional al desnivel de la corriente e inversamente proporcional a la densidad del agua. ¿Qué dimensiones tiene la constante de proporcionalidad?**

Supongamos que la velocidad sea $v = k\,\frac{h}{\rho}$, siendo $h$ el desnivel y $\rho$ la densidad. La constante de proporcionalidad $k = \frac{\nu\rho}{h}$ tiene de ecuación dimensional:

$$[k] = \frac{[\nu] \cdot [\rho]}{[h]} = \frac{LT^{-1} \cdot ML^{-3}}{L} = ML^{-3}T^{-1}$$

**13. Sea la expresión $ax + by = z$. Si $z$ tiene las dimensiones de una velocidad, $a$ es una constante adimensional, $x$ una velocidad e $y$ una aceleración. ¿Qué dimensión debe tener $b$ para que la expresión anterior sea dimensionalmente correcta?**

Si es correcta se debe cumplir: $[ax] = [by] = [z]$.

Si $[z] = LT^{-1}$ y $[a] = 1$ se deduce que $[x] = LT^{-1}$

$[y] = LT^{-2}$; por tanto, $[by] = [b] \cdot [y] = LT^{-1}$; $[b] \cdot LT^{-2} = LT^{-1}$

$$[b] = \frac{LT^{-1}}{LT^{-2}} = T$$

**14. Una partícula se mueve en un plano de acuerdo con las ecuaciones $x = 2t$; $y = t^2$. Representa gráficamente la ecuación de la trayectoria. ¿De qué curva se trata?**

La partícula se mueve en el plano $xy$. Las distintas posiciones de la partícula a lo largo del tiempo serán:

| **t** | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| **x** | 0 | 2 | 4 | 6 |
| **y** | 0 | 1 | 4 | 9 |

Al representar estos valores se obtiene la gráfica de la trayectoria. Se trata de una parábola.

**15. Se ha medido la longitud de una mesa y se han obtenido los siguientes resultados: 1,81 m; 1,85 m; 1,83 m; 1,86 m y 1,85 m. ¿Qué longitud tiene la mesa? Calcula el error absoluto y el error relativo cometido en la medida más imprecisa.**

Tomamos como valor verdadero la media aritmética de las medidas realizadas.

$$l = \frac{1{,}81\text{ m} + 1{,}85\text{ m} + 1{,}83\text{ m} + 1{,}86\text{ m} + 1{,}85\text{ m}}{5} = 1{,}84\text{ m}$$

La medida más imprecisa es 1,81 m. Los errores absoluto y relativo de esta medida son:

$$e_a = 1{,}84\text{ m} - 1{,}81\text{ m} = 0{,}03\text{ m}\ ;\ e_r = \frac{0{,}03\text{ m}}{1{,}84\text{ m}} = 1{,}8\ \%$$

**16. Comprueba la homogeneidad de las siguientes ecuaciones:**

$$\boldsymbol{F = \frac{mv^2}{R}\ ;\ e = \frac{V^2}{2\ g}}$$

$$[F] = \left[\frac{m\nu^2}{R}\right] \Rightarrow MLT^{-2} = \frac{M \cdot L^2T^{-2}}{L} = MLT^{-2}$$

$$[e] = \left[\frac{\nu^2}{2g}\right] \Rightarrow L = \frac{L^2T^{-2}}{LT^{-2}} = L$$

**17. Supongamos que la frecuencia $f$ con que oscila una gota de un líquido, cuando se la deforma, depende de la tensión superficial $\sigma$ (en kg s$^{-2}$) del líquido, del radio $r$ de la gota y de la densidad $\rho$ del líquido. Utilizando el análisis dimensional, calcula la ecuación de la frecuencia de oscilación de la gota.**

Supongamos que la ecuación es $f = k \cdot \sigma^{\alpha} \cdot \rho^{\beta} \cdot r^{\gamma}$

Si la ecuación es homogénea se cumple:

$[f] = k\,[\sigma]^{\alpha} \cdot [\rho]^{\beta} \cdot [r]^{\gamma}$ ; $T^{-1} = [MT^{-2}]^{\alpha} \cdot [ML^{-3}]^{\beta} \cdot L^{\gamma} =$
$= M^{\alpha} \cdot T^{-2\alpha} \cdot M^{\beta} \cdot L^{-3\beta} \cdot L^{\gamma}$

De donde se deduce que $\alpha \div \beta = 0$ ; $-1 = -2\alpha$ ;
$\alpha = 1/2$: $\beta = -1/2$ ; $-3\beta + \gamma = 0$ ; $\gamma = -3/2$

De acuerdo con estos resultados, la ecuación de la frecuencia de la gota viene dada por:

$$f = k\sqrt{\frac{\sigma}{\rho r^3}}$$

**18. Supongamos que un sistema de unidades utiliza el km como unidad de longitud, la tonelada (t) para expresar la masa y la hora (h) para medir el tiempo. ¿A cuántos julios equivale la unidad de trabajo de dicho sistema de unidades?**

Para hallar la equivalencia expresamos el trabajo en unidades del sistema hipotético citado y en el SI utilizando su ecuación dimensional:

$[trabajo] = [F \cdot e] = ML^2T^{-2}$. Esta ecuación es válida para cualquier sistema de unidades y nos permite pasar de un sistema a otro. SI: 1 julio = 1kg · 1m$^2$ · 1 s$^{-2}$

Una unidad de trabajo (en el nuevo sistema) = 1 tonelada ·

$$\cdot\ (1\text{ km})^2 \cdot (1\text{ hora})^{-2} = 1\,000\text{ kg} \cdot 10^6\text{ m}^2 \cdot \frac{1}{(3\,600\text{ s})^2} = 77{,}16\text{ J}$$

## Trabaja como un científico

**1. El ángulo $\alpha$ de la Figura 1 relaciona la altura con la sombra del obelisco ¿mediante qué expresión matemática?**

La función trigonométrica tangente:

$$tag\ \alpha = \frac{l\ (\text{longitud} - \text{de} - \text{la} - \text{sombra})}{h\ (\text{altura} - \text{del} - \text{obelisco})}$$

**2. El ángulo $\alpha$ y el ángulo $\beta$ (Fig. 2) formado por las verticales de Siena y Alejandría son iguales. ¿Por qué?**

Tienen un lado común y los otros dos son paralelos entre sí. Son alternos internos.

**3. En el método de Eratóstenes se cometen dos pequeños errores: suponer que las ciudades de Siena y Alejandría se encuentran sobre el mismo meridiano (hay 3o de diferencia en longitud entre ellas), y que los rayos solares son perpendiculares en Siena (esto sería cierto si esta ciudad estuviera exactamente situada en el trópico; la realidad es que se encuentra a 33′ latitud norte del Trópico de Cáncer). ¿Estos**

**errores son sistemáticos o aleatorios? ¿Influyen mucho en el resultado? Explica de qué manera.**

Son sistemáticos. Influyen poco en el resultado.

**4. Calcula el radio terrestre utilizando la definición del metro patrón.**

El metro patrón se define como la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre: la distancia que separa el polo de la línea del Ecuedor. Es decir, la longitud de un meridiano equivale a $4 \cdot 10^7$ m:

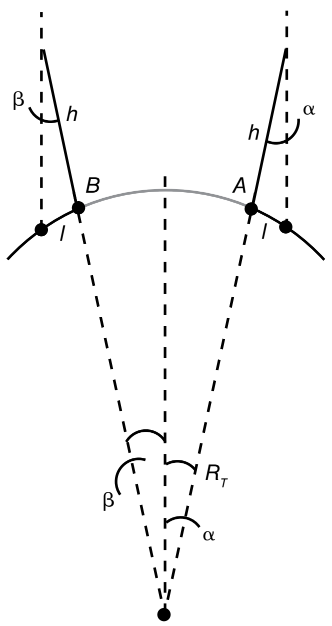
$$2\pi\, R_T = 4 \cdot 10^7 \text{ m};\ R_T = \frac{4 \cdot 10^7}{6{,}28} = 6{,}3694 \,.\, 10^6 \text{ m} = 6\,369{,}4 \text{ km}$$

**5. Describe una forma de medición indirecta que te permita calcular la altura de una torre.**

Solución abierta.

**6. Dos grupos distintos de estudiantes de 2.º de Bachillerato, cuyos centros de estudios se encuentran en ciudades distintas, A y B, y que intercambian información por Internet, se proponen medir la distancia que separa ambas ciudades utilizando las ideas de Eratóstenes.**

**Para ello miden a las 12 horas del mismo día la sombra que proyecta un palo de un metro de longitud colocado verticalmente sobre una superficie horizontal. Los alumnos de la ciudad A observan que la longitud de la sombra es de 6 cm, mientras que la longitud de la sombra en la ciudad B es de 7 cm. Suponiendo que ambas ciudades se encuentran sobre el mismo meridiano, ayuda a dichos estudiantes a calcular la distancia que separa las ciudades citadas.**




Ángulo que forma los rayos solares con la longitud del palo en dichas ciudades.

Ciudad A:

$$tag\ \alpha = \frac{l}{h} = \frac{6 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} = 0{,}06 \Rightarrow \alpha = 3{,}43°$$

Ciudad B:

$$tag\ \beta = \frac{7 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} = 0{,}07 \Rightarrow \beta = 4° \quad ; \quad \alpha + \beta = 7{,}43°$$

La distancia entre las ciudades A y B es la longitud de meridiano que corresponde a un ángulo central $\alpha + \beta$.

Si $d$ es la distancia entre ambas ciudades, se cumple:

$$\frac{d}{\alpha + \beta} = \frac{2\pi R_T}{360°} \Rightarrow d = \frac{6{,}28 \cdot 6\,370 \text{ km} \cdot 7{,}43°}{360°} = 825{,}6 \text{ km}$$