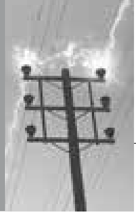


Actividades

1. Utilizando las ecuaciones dimensionales, indica las unidades en que se mide la constante *K*.

De la ley de Coulomb despejamos la constante *K:*

$$K = \frac{F \cdot r^2}{q_1 \cdot q_2} \;;\; [K] = [F] \,.\, [r]^2 \,.\, [q]^{-2} = M \cdot L^3 \cdot T^{-2} \,.\, [It]^{-2}$$

$$= ML^3I^{-2}T^{-4}$$

De acuerdo con estas dimensiones la constante *K* se mediría en $kg \cdot m^3 \cdot A^{-2} \cdot t^{-4}$

2. Un cuerpo electrizado se ha cargado con +2 μC. Este cuerpo:

a) **Ha ganado protones.**

b) **Ha perdido protones.**

c) **Ha perdido electrones.**

Señala la afirmación correcta, razonando la respuesta.

Responde a las mismas cuestiones en el caso de que la carga fuera –2 μC.

La electrización consiste en una pérdida o ganancia de electrones. El electrón tiene carga negativa. Por tanto, si un cuerpo al electrizarse pierde electrones quedará cargado positivamente, y quedará cargado con carga negativa si gana electrones. Por tanto ha perdido electrones (respuesta c)) en el primer caso. Y ha ganado electrones en el segundo caso.

3. Dos cuerpos electrizados se repelen con una fuerza de $2{,}25 \cdot 10^{-5}$ N cuando están separados por una distancia de 2 m. ¿Qué relación existe entre la carga de ambos cuerpos?

De la ley den Coulomb despejamos las cargas:

$$Q_1 \cdot Q_2 = \frac{F \cdot r^2}{K} = \frac{2{,}25 \,.\, 10^{-5} \,.\, 4}{9 \cdot 10^9} = 10^{-14}\; C^2$$

4. Completa en tu cuaderno: la intensidad de un campo eléctrico depende de la carga *Q* que lo crea y de la distancia.

a) **Si la carga se duplica el campo se...**

b) **Si la distancia se duplica el campo se...**

c) **Si la carga y la distancia se duplican el campo se...**

a) Se duplica: $E_1 = 2E$

$$\frac{E_1}{E} = \frac{K \cdot 2Q/r^2}{K \cdot Q/r^2} = 2$$

b) Se reduce a la cuarta parte: $E_1 = E/4$

$$\frac{E_1}{E} = \frac{KQ/(2r)^2}{KQ/r^2} = \frac{1}{4}$$

c) Se reduce a la mitad: $E_1 = E/2$

$$\frac{E_1}{E} = \frac{K \cdot 2Q/4r^2}{K \cdot Q/r^2} = \frac{1}{2}$$

5. Dibuja aproximadamente las líneas de campo eléctrico contenidas en un plano en el cual hay dos cargas eléctricas, de valor *Q* y –2*Q*, respectivamente.

Actividad de respuesta abierta.

6. Responde a las siguientes cuestiones:

a) **Explica la relación entre campo y potencial eléctricos.**

b) **Una partícula cargada se mueve espontáneamente hacia puntos en los que el potencial electrostático es mayor. Razona si de este comportamiento puede deducirse el signo de la carga.**

a) De $E = \frac{KQ}{r^2}$ y $V = \frac{KQ}{r^2}$ se obtiene la relación $V = E \cdot r$

b) Sí: la carga negativa se mueve hacia los potenciales más altos.

7. Responde a las siguientes cuestiones:

a) **En un relámpago típico, la diferencia de potencial entre la nube y la Tierra es 10^9 V y la cantidad de carga transferida vale 30 C. ¿Cuánta energía se libera?**

b) **Suponiendo que el campo eléctrico entre la nube y la Tierra es uniforme y perpendicular a la Tierra y que la nube se encuentra a 500 m sobre el suelo, calcula la intensidad del campo eléctrico.**

a) $W = (V_B - V_A) \,.\, q = 10^9 V \cdot 30 C = 3 \cdot 10^{10}\, J$

b) $E = \frac{V}{r} = \frac{10^9 V}{500\text{ m}} = 2.\,10^6\; N/C$

8. Un protón se acelera desde el reposo bajo la acción de un campo eléctrico uniforme *E* = 640 N/C. Calcula el tiempo que tarda en alcanzar una velocidad de $1{,}2 \cdot 10^6$ m/s. Datos: carga del protón: $1,\, 6 \cdot 10^{-19}$ C; m = $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.

$$t = \frac{v}{a} = \frac{v}{F/m} = \frac{v \cdot m}{E \cdot q} = \frac{1{,}2 \cdot 10^6 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}}{640 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} =$$

$$= 1{,}96 \cdot 10^{-5}\; s$$

9. Si se libera un protón desde el reposo en un campo eléctrico uniforme, ¿aumenta o disminuye su potencial eléctrico? ¿Qué puedes decir acerca de su energía potencial?

Si un protón se abandona en un campo uniforme, estará sometido a una fuerza con la misma dirección y sentido que el campo. Por tanto, su potencial disminuye. Lo mismo ocurre con su energía potencial.

10. Para pasar del punto *A* al punto *B* de la Figura 5.9 se puede hacer por tramos horizontales y verticales. ¿Por qué en los tramos horizontales no se produce trabajo? Razona la respuesta.

El campo eléctrico en de la Figura 5.9 es uniforme. Por tanto, la diferencia de potencial entre los puntos *A* y *B* depende exclusivamente de la distancia *d,* medida en la dirección del campo en este caso vertical. La distancia *d* es cero si los puntos *A* y *B* están en la misma horizontal. Y la diferencia de potencial entre dichos puntos también sería cero.

$V_B - V_A = E\, d = 0$ si A y B están en la misma horizontal. El trabajo también sería nulo.

$$W = (V_B - V_A)\; q = 0$$

11. ¿Cómo se modifica la capacidad si se modifica la diferencia de potencial de un condensador?

De la definición de capacidad se deduce que, para una carga dada, la capacidad es inversamente proporcional a la diferencia de potencial. $C\, V = Q$

12. La constante de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9$ N m^2/C^2 se puede expresar en función de la constante ε_0 . Demuestra que esta constante se puede expresar en F/m.

$C = \dfrac{Q}{V} = \dfrac{Q}{KQ/r} = \dfrac{r}{K}$; la constante K depende de la constante dieléctrica del medio. En el caso de vacío es $K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}$

$$C = 4\pi\varepsilon_o r \ ; \ \varepsilon_o = \frac{C}{4\pi/r} \text{ en } F/M$$

13. Un condensador relleno de aire se conecta a una batería para cargarlo. Después de quedar cargado, lo conectamos a un voltímetro. Explica la variación del potencial, de la capacidad y de la carga cuando se introduce un dieléctrico entre las placas del condensador.

El dieléctrico aumenta la capacidad del condensador. Si la carga con que se ha cargado no varía, el potencial disminuye.

14. ¿Por qué no es recomendable cobijarse bajo un árbol durante una tormenta?

Por el efecto punta: la probabilidad de que se produzca una descarga eléctrica entre una nube tormentosa y la Tierra es mayor en las zonas terminadas en punta, un árbol, por ejemplo.

15. Durante un terremoto, ¿dónde te sientes más seguro, en la calle o en el interior de tu casa? ¿Y durante una tormenta con mucha descarga eléctrica? Razona la respuesta.

Durante un terremoto el peligro está en el derrumbamiento de los edificios. Por esto se siente uno más seguro en la calle. En cambio, durante una tormenta con descarga eléctrica la seguridad es mayor en el interior la casa, porque hace de jaula de Faraday.

16. Los aviones vuelan a gran altura, atravesando nubes tormentosas. Sin embargo, es muy difícil que un avión sea derribado por un rayo. ¿Por qué?

El avión hace de efecto jaula frente a las descargas exteriores.

Ciencia, tecnología y sociedad

1. ¿Cómo explica la Física moderna la interacción de dos cargas eléctricas?

Como un intercambio de fotones entre las cargas eléctricas que interactúan.

2. Se supone que la fuerza gravitatoria se transmite de unos cuerpos a otros mediante partículas portadoras. ¿Qué nombre reciben estas partículas?

Las hipotéticas partículas portadoras de la interacción gravitatoria reciben el nombre de gravitones.

3. ¿Por qué no se han detectado aún los bosones del campo gravitatorio?

Porque transportan una energía muy pequeña.

4. ¿Qué diferencias existen entre los fotones y los gravitones?

Los fotones no actúan directamente entre ellos, los gravitones sí.

Los fotones transportan una energía muy grande comparada con la energía que se supone poseen los gravitones.

Los fotones llevan asociadas ondas electromagnéticas detectables. Se especula que los gravitones llevan asociadas ondas gravitacionales, que no se han detectado hasta la fecha.

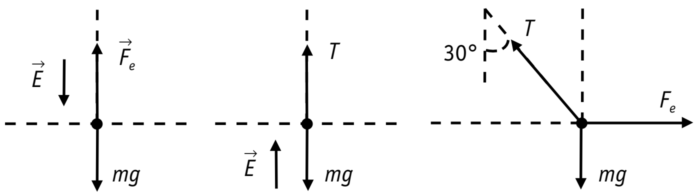
Problemas propuestos

Campo eléctrico: intensidad, potencial

1. Una pequeña esfera de masa *m* y carga *q* cuelga de un hilo de masa despreciable.

a) **Se aplica un campo eléctrico vertical. Cuando dicho campo va dirigido hacia arriba, la tensión soportada por el hilo es 0,03 N, mientras que cuando se dirige hacia abajo, la tensión es nula. Determina el signo de la carga q y calcula la masa de la esfera.**

b) **A continuación se aplica solamente un campo horizontal de valor *E* = 100 V/m y se observa que el hilo se desvía un ángulo α = 30° respecto de la vertical. Calcula el valor de la carga.**



a) La tensión de hilo será cero cuando $|\vec{mg}| = |\vec{F_e}|$: Es decir, se debe cumplir que la fuerza eléctrica $|\vec{E_1}| \cdot q$ tenga sentido contrario al campo eléctrico. Esto solamente es posible si la carga es negativa.

Si la tensión no es cero se cumple:

$$T = mg + Eq = 2\,mg \ ; \ m = \frac{T}{2g} = \frac{0{,}03\ N}{16{,}6\ m/s^2} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}$$

b) De la figura se deduce:

$$E \cdot q = T \cdot \text{sen } 30° \ ; \ mg = T \cdot \cos 30° \Rightarrow \text{tag } 30° = \frac{Eq}{mg}$$

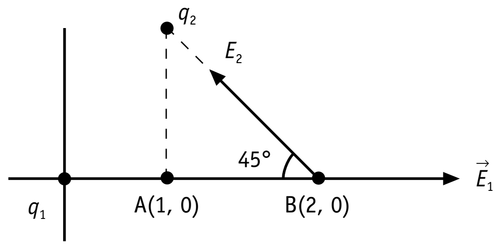
$$q = \frac{\text{tag } 30 \cdot m \cdot g}{E} = \frac{0{,}577 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8}{100} = 8{,}48 \cdot 10^{-5}\ C$$

2. Una carga de $3 \cdot 10^{-6}$ C se encuentra en el origen de coordenadas y otra carga de $-3 \cdot 10^{-6}$ C está situada en el punto (1, 1) m.

a) **Dibuja en un esquema el campo eléctrico en el punto *B* (2, 0) m y calcula su valor. ¿Cuál es el potencial eléctrico en el punto *B*?**

b) **Calcula el trabajo necesario para desplazar una carga de $10 \cdot 10^{-6}$ C desde el punto *A* (1,0) m hasta el punto *B* (2,0).**

Dato: constante de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.



a) $|\vec{E}_1| = \dfrac{Kq_1}{r^2} = \dfrac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{4} = 6{,}75 \cdot 10^3\ N/C$;

$\vec{E}_1 = 6{,}75 \cdot 10^3 \cdot \vec{i}\ N/C$

$\vec{E}_2 = \dfrac{Kq_2}{r^2} = \dfrac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{2} = 13{,}5 \cdot 10^3\ N/C$;

$|E_{2x}| = |E_{2y}| = 13{,}5 \cdot 10^3 \cdot 0{,}707 = 9{,}5 \cdot 10^3\ N/C$

$\Sigma E_x = E_1 - E_{2x} = 6{,}75 \cdot 10^3 - 9{,}5 \cdot 10^3 = -2{,}75 \cdot 10^3$

$\vec{E}_T = -2{,}75 \cdot 10^3\ \vec{i} + 9{,}5 \cdot 10^3\ \vec{j}$; $|\vec{E}_T| = 9{,}94 \cdot 10^3\ N/C$

$V_B = V_1 + V_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = -5{,}6 \cdot 10^3\ V$

b) $V_A = V_1 + V_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\dfrac{1}{1} - \dfrac{1}{1}\right) = 0$

$W = (V_B - V_A) \cdot q = -5{,}6 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = -5{,}6 \cdot 10^{-2}\ J$

3. Una bolita de 1 g, cargada con +5 · 10^{-6} C, pende de un hilo que forma 60° con la vertical en una región en la que existe un campo eléctrico uniforme en dirección horizontal.

***a)* Explica, con ayuda de un esquema, qué fuerzas actúan sobre la bolita y calcula el valor del campo eléctrico.**

***b)* Razona qué cambios experimentaría la situación de la bolita si: *i)* se duplicara el campo eléctrico; *ii)* se duplicara la masa de la bolita.**

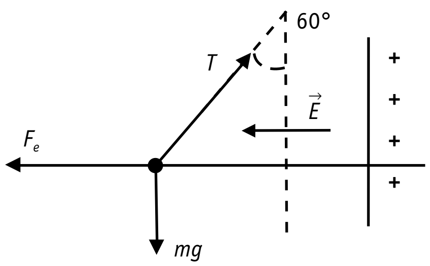
Dato: tomar g = 10 m/s^2.

a) Fuerzas que intervienen: El peso de la bola $\vec{P} = m\vec{g}$, la fuerza eléctrica que ejerce el campo y la tensión de hilo *T*.

En el equilibrio se cumple: $T \cdot \text{sen } 60° = E \cdot q$ y $T \cdot \cos 60° = \text{mg}$

$$\text{tag } 60° = \frac{E \cdot q}{m \cdot g} \ ; \ E = \frac{\text{tg } 60° \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8}{5 \cdot 10^{-6}} = 3{,}4 \cdot 10^3\ N/C$$

b) $\text{tag } \alpha = \dfrac{2Eq}{mg} = \dfrac{2 \cdot 3{,}4 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{10^{-3} \cdot 9{,}8} = 3{,}469 \ ; \ \alpha = 74°$



Si se duplica la masa:

$$\text{tag } \alpha = \frac{E \cdot q}{2\ mg} = \frac{3{,}4 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8} = 0{,}867 \ ; \ \alpha = 41°$$

4. Se disponen dos cargas eléctricas sobre el eje *X:* una de valor Q_1 en la posición (1, 0), y otra de valor Q_2 en (–1, 0). Sabiendo que todas las distancias están expresadas en metros, determina en los dos casos siguientes:

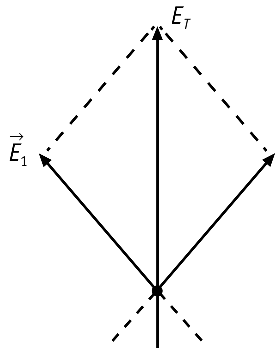
***a)* Los valores de las cargas Q_1 y Q_2 para que el campo eléctrico en el punto (0, 1) sea el vector $\vec{E} = 2 \cdot 10^5\ \vec{j}$ N/C, siendo $\vec{j}$ el vector unitario en el sentido del eje *Y*.**

***b)* La relación entre las cargas Q_1 y Q_2 para que el potencial eléctrico en el punto (2, 0) sea cero.**

Dato: constante de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.

a) Para que el campo resultante tenga la dirección del eje *Y* con sentido positivo se ha de cumplir:

$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| \Rightarrow q_1^+ = q_2^+$



$$E_{Ty} = E_{1y} + E_{2y} = 2E_{1y} = 2|\vec{E}_1| \cdot \cos 45° = 2\ \frac{Kq_1}{r_1^2} \cos 45°$$

$$q_1 = \frac{E_{Ty} \cdot r_1^2}{2 \cdot K \cdot \cos 45°} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 2}{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 0{,}707} = 3{,}1 \cdot 10^{-5}\ C$$

b) $V_1 + V_2 = 0$; $\dfrac{Kq_1}{r_1} + \dfrac{Kq_2}{r_2} = 0$; $\dfrac{q_1}{1} + \dfrac{q_2}{3} = 0 \Rightarrow q_2 = -3q_1$

5. Si una carga puntual produce, a cierta distancia *r,* un potencial eléctrico de 10 V y un campo de módulo *E,* ¿cuánto vale el potencial en otro punto en el cual el campo es *E*/4?

Si $E = \dfrac{Kq}{r^2}$ y $E_1 = \dfrac{Kq}{r_1^2}$ se cumple $\dfrac{E}{E_1} = \dfrac{r_1^2}{r^2} \Rightarrow \dfrac{E}{E/4} = \left(\dfrac{r_1}{r}\right)^2$

De donde se deduce $4 = \left(\dfrac{r_1}{r}\right)^2 \Rightarrow r_1 = 2r$. De la definición de potencial tenemos $V = \dfrac{Kq}{r}$; $\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{r}{r_1}$; $V_1 = \dfrac{V \cdot r}{r_1} = \dfrac{10r}{2r} = 5V$

6. Tres cargas puntuales de valores q_1 = +3 nC, q_2 = –5 nC y q_3 = +4 nC están situadas, respectivamente, en los puntos de coordenadas (0, 3), (4, 3) y (4, 0) en el plano XY.

Si las coordenadas están expresadas en metros, determina:

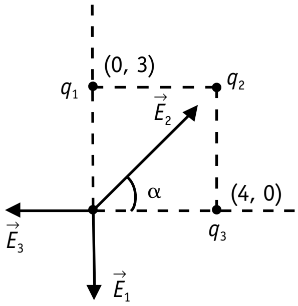
***a)* La intensidad del campo eléctrico resultante en el origen de coordenadas.**

***b)* El potencial eléctrico resultante en el origen de coordenadas.**

***c)* La fuerza ejercida sobre una carga *q* = 1 nC que se sitúa en el origen de coordenadas.**

***d)* La energía potencial electrostática del sistema formado por las tres cargas q_1, q_2, q_3.**

Dato: constante de ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.



a) De la figura se deduce:tag $\alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = 36{,}87°$

$$E_{2x} = |\vec{E}_2| \cdot \cos\alpha = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{25} \cdot 0{,}8 = 1.44\ N/C$$

$$E_{2y} = |\vec{E}_2| \cdot \text{sen}\,\alpha = \frac{45}{25} \cdot 0{,}6 = 1{,}08\ N/C\ ;$$

$$E_1 = 9 \cdot 10^9\,\frac{3 \cdot 10^{-9}}{9} = 3\ N/C$$

$$E_3 = 9 \cdot 10^9\,\frac{4 \cdot 10^{-9}}{16} = 0{,}44\ N/C$$

$$\Sigma E_x = 1{,}44 - 0{,}44 = 1\ \text{N/C}\ ;\ \Sigma E_y = 1{,}08 - 3 = -1{,}92\ N/C$$

El campo resultante será: $|\vec{E}_T| = 2{,}16\ N/C$

b) $V_T = V_1 + V_2 + V_3 = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^{-9}}{3} - \frac{5 \cdot 10^{-9}}{5} + \right.$

$\left. + \frac{4 \cdot 10^{-9}}{4}\right) = 9V$

c) $|\vec{F}_T| = |\vec{E}_T| \cdot q = 2{,}16\ N/C \cdot 10^{-9}\ C = 2{,}16 \cdot 10^{-9}\ N$

d) La energía potencial del sistema es igual a la suma de la energía potencial asociada a cada par de cargas:

$$U = K\left(\frac{q_1 q_2}{r_{1,2}} + \frac{q_1 q_3}{r_{1,3}} + \frac{q_2 q_3}{r_{2,3}}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-18} \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{-15}{4} + \frac{12}{5} + \frac{-20}{3}\right) = -7{,}2 \cdot 10^{-8}\ J$$

Campo eléctrico uniforme

7. En una región del espacio existe un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = -10^3\ \vec{i}$ N/C. Un protón penetra en dicha región con una velocidad $\vec{v} = 10^5\ \vec{i}$ m/s. Calcula:

a) Su posición 1 μs después de haber penetrado en esa región.

b) Su velocidad en ese instante.

Datos: carga del protón $q = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.

Aplicamos la ley de la dinámica

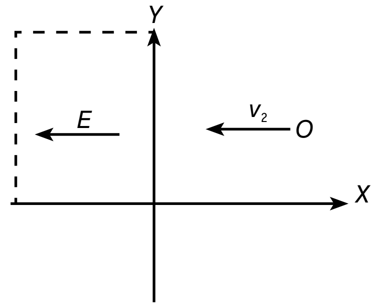
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = \frac{\vec{E}q}{m} = \frac{-10^3\,\vec{i} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}} = -9{,}58 \cdot 10^{10}\ m/s^2$$

a) $x = v_o t + \frac{1}{2}at^2 = 10^5 \cdot 10^{-6} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}58 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-12} =$

$= 5{,}2 \cdot 10^{-2}$ m

b) $v = v_o + at = 10^5 - 9{,}58 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-6} = 4{,}2 \cdot 10^3\ m/s$

8. Un electrón se propaga en el plano *XY* con velocidad v_0 constante de 100 m/s en el sentido negativo del eje *X*. Cuando el electrón cruza el plano $x = 0$ se adentra en una región del espacio donde existe un campo eléctrico uniforme de $8 \cdot 10^{-9}$ N/C en el sentido negativo del eje *X,* tal como se indica en la figura.



a) Describe el tipo de movimiento que seguirá el electrón una vez se haya introducido en esa región del espacio. Discute cuál será la velocidad final del electrón.

b) Calcula la fuerza ejercida sobre el electrón así como la aceleración que este experimenta.

Datos: masa del electrón me = $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; valor absoluto de la carga del electrón $q = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C.

a) Al ser negativa la carga del electrón la fuerza a que está sometido es opuesta al sentido del campo. Esta fuerza, pues, frena el movimiento del electrón hasta detenerlo. Luego será acelerado en sentido opuesto al que tenía, regresando a la posición X = 0 con el ismo módulo de velocidad. Por tanto, en ese punto se cumple:

$$\vec{v}_o = -100\ \vec{i}\,m/s\ ;\ \vec{v}_f = 100\ \vec{i}\,m/s$$

b) $\vec{F} = \vec{E}q = -8 \cdot 10^{-9}\,\vec{i} \cdot (-1{,}6 \cdot 10^{-19}) = 1{,}28 \cdot 10^{-27}\,\vec{i}\ N$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{1{,}28 \cdot 10^{-27}\,\vec{i}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 1\,407\ m/s^2$$

9. Un electrón que se mueve con una velocidad $\vec{v} = 2 \cdot 10^6\,\vec{i}$ m/s penetra en una región en la que existe un campo eléctrico uniforme. Debido a la acción del campo, la velocidad del electrón se anula cuando este ha recorrido 90 cm. Calcula, despreciando los efectos de la fuerza gravitatoria:

a) El módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico existente en dicha región.

b) El trabajo realizado por el campo eléctrico en el proceso de frenado del electrón.

Datos: masa y carga del electrón $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg. $q = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C.

a) La fuerza está dirigida en sentido opuesto a la velocidad; por tanto, el movimiento es uniformemente retardado hasta que el electrón se detiene.

Hallamos la aceleración: $v^2 - v_o^2 = 2ax$

$$a = \frac{v_1 - v_o^2}{2x} = \frac{0 - 4 \cdot 10^{12}}{1{,}8} = -2{,}22 \cdot 10^{12}\ \text{m/s}^2$$

$E = \frac{F}{q} = \frac{ma}{q} = \frac{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (-2{,}22 \cdot 10^{12})}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 12{,}65\ N/C$ en dirección del eje *X* con sentido negativo.

b) $W = F \cdot x = 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (-2{,}22 \cdot 10^{12}) \cdot 0{,}9 = -1{,}82 \cdot 10^{-18}\ J$

10. Un electrón penetra en un campo eléctrico uniforme normalmente a sus líneas de fuerza con una velocidad $v = 10^4$ m/s. La intensidad del campo es 10^5 V/m.

Calcula:

***a)* La aceleración que experimenta el electrón.**

***b)* La ecuación de la trayectoria que sigue el electrón.**

a) La fuerza sobre el electrón en el interior de un campo eléctrico es $F = qE$.

Por otra parte, se cumple la Segunda Ley de Newton, $F = ma$, así que:

$$F = qE = m_e a$$

$$a = \frac{qE}{m_e} = \frac{-1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 10^5\ \text{V/M}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}} = 1{,}76 \cdot 10^{16}\ \text{m/s}^2$$

La dirección de la aceleración es la del campo, que suponemos la del eje Oy.

b) El electrón está sometido a dos movimientos: uno uniforme a lo largo del eje Ox y otro uniformemente acelerado según el eje Oy, cuyas ecuaciones son:

$$x = v_0 t = 10^4\ t$$

$$y = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}76 \cdot 10^{16}\ t^2$$

Despreciamos los efectos gravitatorios. Eliminando el tiempo de las expresiones anteriores obtenemos la ecuación cartesiana de la trayectoria:

$$y = 8{,}8 \cdot 10^7\ x^2$$

11. Un campo uniforme vale 6 000 N/C. Un protón ($q = = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg) se libera en la placa positiva. ¿Con qué velocidad llega a la placa negativa, si la separación entre placas es 0,20 cm?

La fuerza sobre el protón será:

$$F = qE = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 6 \cdot 10^3\ \text{N/C} = 9{,}6 \cdot 10^{-16}\ \text{N}$$

Por tanto, experimentará una aceleración:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{9{,}6 \cdot 10^{-16}\ \text{N}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}} = 5{,}7 \cdot 10^{11}\ \text{m/s}^2$$

Para hallar la velocidad aplicamos la ecuación:

$$v^2 = v_0^2 + 2ax = 2 \cdot 5{,}7 \cdot 10^{11}\ \text{m/s}^2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

de donde $v = 4{,}8 \cdot 10^4$ m/s.

12. Una esferita que porta una carga de $+25 \cdot 10^{-9}$ C está sostenida por un hilo entre dos placas paralelas horizontales que se encuentran a 3,0 cm de distancia entre sí.

***a)* Cuando la diferencia de potencial entre las placas es de 6 000 V, la tensión del hilo es cero. ¿Cuál es la masa de la esfera?**

***b)* ¿Cuál es la tensión del hilo cuando se invierte la polaridad de las placas?**

a) Si el hilo no está tenso, se cumple que:

$$Eq = mg; \qquad \text{o} \qquad \frac{V}{d} q = mg$$

de donde:

$$m = \frac{Vq}{dg} = \frac{6\,000\ \text{V} \cdot 25 \cdot 10^{-9}\ \text{C}}{3 \cdot 10^{-2}} = 10^{-2}\ \text{N}$$

b) Cuando existe tensión, se cumple:

$$T = mg + \frac{Vq}{d} =$$

$$= 50 \cdot 10^{-4}\ \text{N} + \frac{6\,000\ \text{V} \cdot 25 \cdot 10^{-9}\ \text{C}}{3 \cdot 10^{-2}\ \text{m}} = 10^{-2}\ \text{kg}$$

13. Un electrón es lanzado con una velocidad de $2{,}0 \cdot 10^6$ m/s paralelamente a las líneas de un campo eléctrico uniforme 200 V/m. Determina:

***a)* La distancia que ha recorrido el electrón cuando su velocidad se ha reducido a $0{,}50 \cdot 10^6$ m/s.**

***b)* La variación de la energía potencial que ha experimentado el electrón en ese recorrido.**

a) Cuando el electrón se mueve en sentido contrario al campo es frenado por este con una fuerza $F = Eq$. El trabajo realizado por esta fuerza es igual a la disminución de la energía cinética:

$$Eqx = \frac{1}{2} m\ (v_0^2 - v_f^2)$$

$$x = \frac{\frac{1}{2} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot (4 - 0{,}25) \cdot 10^{12}\ \text{m}^2/\text{s}^2}{200\ \text{V/m} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 5{,}3 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

b) La variación de la energía potencial coincide con la disminución de la energía cinética por ser conservativo el campo eléctrico.

$$\Delta E_p = \frac{1}{2} m\ (v_0^2 - v_f^2) = \frac{1}{2} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 3{,}75 \cdot 10^{12}\ \text{m}^2/\text{s}^2 =$$

$$= 17{,}0 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 10{,}6\ \text{eV}$$

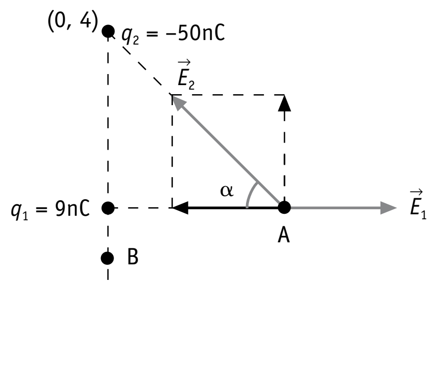
Potencial eléctrico. Energía potencial

14. Una carga puntual positiva de 9 nC está situada en el origen de coordenadas. Otra carga puntual de –50 nC está situada sobre el punto de coordenadas (0, 4). Determina:

***a)* El valor del campo eléctrico en el punto *A* de coordenadas (3, 0).**

Representa gráficamente el campo eléctrico debido a cada carga y el campo total en dicho punto.

***b)* El trabajo necesario para trasladar una carga puntual de 3 μC desde ese punto hasta el punto B de coordenadas (0, –1). Todas las distancias vienen dadas en metros.**



a) $|\vec{E}_1| = 9 \cdot 10^9 \cdot \dfrac{9 \cdot 10^{-9}}{9} = 9\ N/C$

$|\vec{E}_2| = 9 \cdot 10^9 \cdot \dfrac{50 \cdot 10^{-9}}{25} = 18\ N/C;\ |\vec{E}_x| = |\vec{E}_1| - |E_{2x}| =$

$= 9 - 18 \cdot \cos\alpha = 9 - 18 \cdot \dfrac{3}{5} = -1{,}8\ N/C$;

$|\vec{E}_{2y}| = |\vec{E}_2| \cdot \text{sen}\ \alpha = 18 \cdot \dfrac{4}{5} = 14{,}4\ N/C$

Por tanto, el campo resultante será: $\vec{E}_T = -1{,}8\ \vec{i} + 14{,}4\ \vec{j}$, cuyo módulo es:

$|\vec{E}_T| = 14{,}5\ N/C$

b) Hallamos el potencial resultante en los puntos *A* y *B*.

$$V_A = V_1 + V_2 = K \cdot \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{9}{3} - \frac{50}{5}\right) \cdot 10^{-9} =$$

$$= -63V$$

$$V_B = V_1 + V_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{9}{1} - \frac{50}{5}\right) \cdot 10^{-9} = -9V$$

Trabajo necesario para trasladar la carga:

$$W = (V_B - V_A) \cdot q = (-9 + 63)V \cdot 3 \cdot 10^{-9}\ C = 1{,}62 \cdot 10^{-7}\ J$$

15. Tres cargas positivas e iguales de valor $q = 2{,}0$ microculombios cada una se encuentran situadas en tres de los vértices de un cuadrado de lado 10 cm. Determina:

***a)* El campo eléctrico en el centro del cuadrado.**

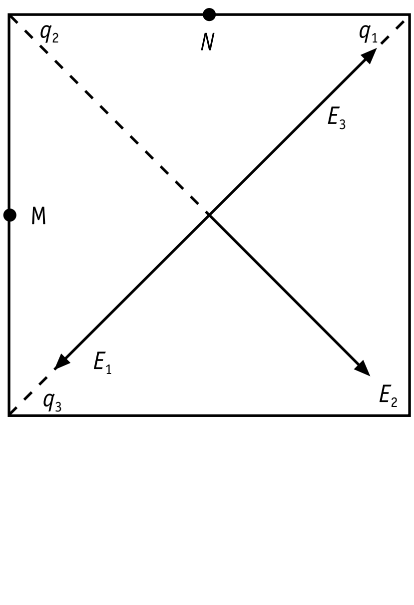
***b)* Los potenciales en los puntos medios de los lados del cuadrado que unen las cargas y el trabajo realizado al desplazarse la unidad de carga entre dichos puntos.**

a) De acuerdo con la figura que se muestra a continuación, los campos E_1, E_2 y E_3 tienen el mismo módulo. Por tanto, el campo resultante en el centro del cuadrado es igual a E_2, ya que E_1 y E_3 se anulan mutuamente. Se cumple, pues, que:

$$E_T = E_2 = K\,\frac{q_2}{r^2}$$

siendo: $r^2 = \dfrac{l^2}{2} = 0{,}5 \cdot 10^{-2}\ m^2$

$$E_T = 9 \cdot 10^9\ N\,m^2\,C^{-2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}\ C}{0{,}5 \cdot 10^{-2}\ m^2} = 3{,}6 \cdot 10^6\ N/C$$



b) El potencial resultante es $V = V_1 + V_2 + V_3$ en cada uno de los puntos *M* y *N*.

$$V_M = V_1 + V_2 + V_3 = Kq\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}\right)$$

siendo $r_1 = \sqrt{l^2 + \dfrac{l^2}{4}} = \sqrt{5}\,\dfrac{l}{2} = 1{,}118 \cdot 10^{-1}\ m$

$$r_2 = r_3 = \frac{l}{2} = 5 \cdot 10^{-2}\ m$$

Por tanto, el potencial será:

$$V_M = 9 \cdot 10^9\ N\,m^2\,C^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ C \cdot \left(\frac{1}{5 \cdot 10^{-2}\ m} + \frac{1}{5 \cdot 10^{-2}\ m} + \frac{1}{11{,}18 \cdot 10^{-2}\ m}\right) = 8{,}8 \cdot 10^5\ V$$

En el punto *N* se cumple:

$$r_1 = r_2 = \frac{l}{2}; \qquad r_3 = \sqrt{\frac{5}{4}}\ l$$

por tanto, $V_M = V_N$. El trabajo realizado será cero:

$$W = q\,(V_M - V_N) = 0$$

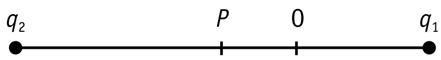
16. Se tienen dos cargas puntuales sobre el eje *0x*, $q_1 = -0{,}20 \cdot 10^{-6}$ C está situada a la derecha del origen y dista de él 1 m; $q_2 = +0{,}40 \cdot 10^{-6}$ C está a la izquierda del origen y dista de él 2 m.

***a)* ¿En qué puntos del eje *0x* el potencial creado por las cargas es nulo?**

***b)* Si se coloca en el origen una carga $q = +0{,}40 \cdot 10^{-6}$ C, determina la fuerza ejercida sobre ella por las cargas q_1 y q_2.**

Sea *P* el punto que se pide, situado sobre el eje *0x* y a la derecha de q_2. El potencial creado por las cargas en ese punto viene dado por la expresión:

$$V = K\,\frac{q_1}{r_1} + K\,\frac{q_2}{r_2} = 0; \qquad \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} = 0$$



Si $|q_2| = 2\,|q_1|$, se debe cumplir que $|r_2| = 2\,|r_1|$.

a) Si el punto está entre q_2 y q_1, se debe cumplir también $|r_1| + |r_2| = 3$ m; del sistema:

$$\left.\begin{aligned} r_2 &= 2\,r_1 \\ r_1 + r_2 &= 3\ m \end{aligned}\right\} \Rightarrow r_1 = 1\ m$$

Luego el origen de coordenadas cumple la condición del problema $V = 0$.

b) Si el punto está a la derecha de q_1, se debe cumplir:

$$\left.\begin{aligned} r_2 &= 2\,r_1 \\ r_2 &= r_1 + 3 \end{aligned}\right\} \text{ de donde } \quad r_1 = 3\ m$$

El punto estará a la derecha del origen y distante 4 m de él.

La fuerza resultante sería:

$$|F| = |F_1| + |F_2| =$$

$$= 9 \cdot 10^9\ \text{N m}^2\,\text{C}^{-2} \cdot \left(\frac{0{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{1\ \text{m}^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{0{,}4 - 10^{-6}\ \text{C} \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{2^2\ \text{m}^2}\right) = 108 \cdot 10^{-5}\ \text{N}$$

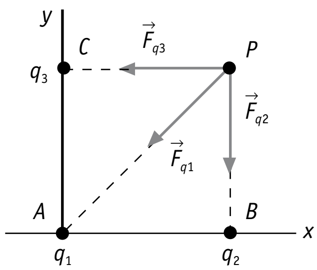
En forma vectorial, $\vec{F} = 108 \cdot 10^{-5}\ \vec{u}_x$ N.

17. Tres cargas puntuales $q_1 = 3\ \mu$C, $q_2 = 1\ \mu$C y una tercera carga desconocida q_3 se encuentran en el vacío colocadas en los puntos *A* (0, 0), *B* (3, 0) y *C* (0, 4), respectivamente. El potencial que crean las tres cargas en el punto *P* (3, 4) es 10,650 V. Calcula, teniendo en cuenta que las coordenadas vienen dadas en metros:

***a)* El valor de la carga q_3.**

***b)* La fuerza que experimentaría una carga de –7 μC colocada en el punto *P,* debido a la presencia de las otras tres.**

Datos: constante $K = 9 \cdot 10^9$ N m² C⁻².



a) Aplicamos el principio de superposición del potencial: $V = V_1 + V_2 + V_3 = 10\,650V$

De la figura se obtiene:

$$V_1 = K\frac{q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{5} = 5\,400V$$

$$V_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6}}{4} = 2\,250v$$

$$V_3 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q_3}{3} = 3 \cdot 10^9\ q_3\ ;\ q_3 = \frac{10\,650 - 7\,650}{3 \cdot 10^9} =$$

$$= 10^{-6}\ \text{C} = 1\mu\text{C}$$

b) Aplicamos el principio de superposición para hallar la fuerza total:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\vec{F}_1 = |\vec{F}_{1x}| \cdot \vec{i} + |\vec{F}_{1y}| \cdot \vec{j} = |\vec{F}_1| \cdot \text{sen}\ \alpha \cdot \vec{i} + |\vec{F}_1| \cdot \cos\alpha \cdot \vec{j} =$$

$$= 9 \cdot 10^9\ \frac{3 \cdot 10^{-16} \cdot 7 \cdot 10^{-6}}{25}\left(-\frac{3}{5}\vec{i} - \frac{4}{5}\vec{j}\right) =$$

$$= -4{,}54 \cdot 10^{-3}\,\vec{i} - 6{,}05 \cdot 10^{-3}\,\vec{j}$$

$$\vec{F}_2 = |\vec{F}_{2x}| \cdot \vec{i} + |\vec{F}_{2y}| \cdot \vec{j} = 0 \cdot \vec{i} + |\vec{F}_2| \cdot (-\vec{j}) =$$

$$= \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 7 \cdot 10^{-6}}{16} \cdot (-\vec{j}) = -3{,}9 \cdot 10^{-3}\,\vec{j}\ N/C$$

$$\vec{F}_3 = |\vec{F}_{3x}| \cdot \vec{i} + |\vec{F}_{3y}| \cdot \vec{j} = -|\vec{F}_3| \cdot \vec{i} = -9 \cdot 10^9 \cdot$$

$$\cdot \frac{10^{-6} \cdot 7 \cdot 10^{-6}}{9} \cdot \vec{i} = -7 \cdot 10^{-3}\,\vec{i}$$

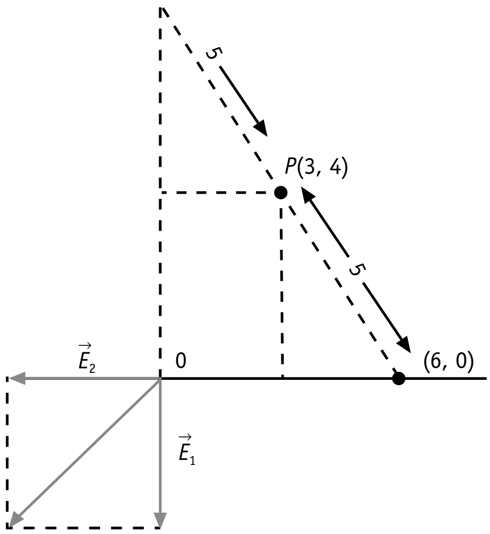
Fuerza resultante: $\vec{F}_T = -1{,}15 \cdot 10^{-2}\,\vec{i} - 1 \cdot 10^{-2}\,\vec{j}$

18. Dos cargas puntuales iguales, de valor $2 \cdot 10^{-6}$ C, están situadas, respectivamente, en los puntos (0, 8) y (6, 0). Si las coordenadas están expresadas en metros, determina:

***a)* La intensidad del campo eléctrico en el origen de coordenadas (0, 0).**

***b)* El trabajo que es necesario realizar para llevar una carga de $q = 3 \cdot 10^{-6}$ C desde el punto *P* (3,4), punto medio del segmento que une ambas cargas, hasta el origen de coordenadas.**

Dato: constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9$ N m² C⁻².



a) Hallamos cada campo:

$$|\vec{E}_1| = \text{K}\frac{q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9\ \frac{2 \cdot 10^{-6}}{64} = 2{,}8 \cdot 10^2\ N/C$$

$$|\vec{E}_2| = 9 \cdot 10^9\ \frac{2 \cdot 10^{-6}}{36} = 5 \cdot 10^2\ N/C\ ;$$

Campo resultante: $\vec{E}_T = -5 \cdot 10^2\,\vec{i} - 2{,}8 \cdot 10^2\,\vec{j}$;

$|\vec{E}_T| = 5{,}73 \cdot 10^2$ N/C

b) Distancia entre ambas cargas $d = \sqrt{64 + 36} = 10$ m. El punto medio *P* dista 5 m de las cargas. Potencial en los puntos *O* y *P*.

$$V_O = K\frac{q_1}{r_1} + K\frac{q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9\left(\frac{2 \cdot 10^{-6}}{8} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{5}\right) = 5\,250$$

$$V_P = K\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right) = 9 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{2}{5} + \frac{2}{5}\right) = 7\,200V$$

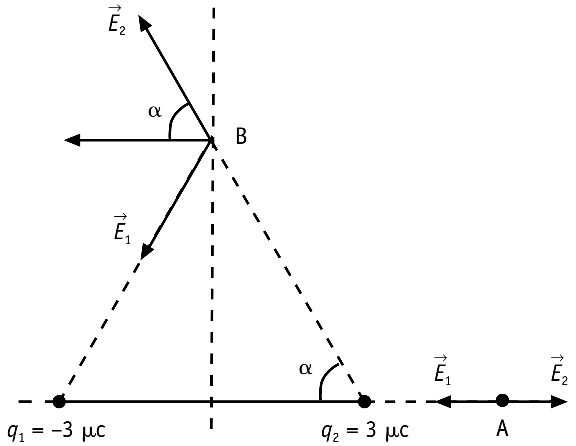
$$W_{PO} = (V_P - V_O) = (7\,200 - 5\,250) \cdot 3 \cdot 10^{-6} = 5{,}85 \cdot 10^{-3}\ J$$

19. Dos cargas puntuales de –3 μC y +3 μC se encuentran situadas en el plano *XY,* en los puntos (–1, 0) y (1, 0), respectivamente. Determina el vector campo eléctrico:

***a)* En el punto de coordenadas (10, 0).**

***b)* En el punto de coordenadas (0, 10).**

(Las coordenadas vienen expresadas en metros).



Aplicamos el principio de superposición en los puntos *A* y *B*.

Punto *A* (10, 0). En este punto y tienen la dirección del eje *X*, pero sentido contrario. El campo resultante será:

$$\vec{E}_A = \vec{E}_2 - \vec{E}_1 = K\left(\frac{q_1}{r_2} - \frac{q_2}{r_1}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}\left(\frac{3}{81} + \frac{1}{121}\right)\vec{i} =$$
$$= 110{,}2\ \vec{i}$$

Punto *B*. De la figura se deduce que:

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = \frac{9\ \cdot\ 10^9\ \cdot\ 3\ \cdot\ 10^{-6}}{101} = 267{,}3\ N/C$$

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{10}{\sqrt{101}} = \frac{10}{10{,}04}\ ;\ \cos\alpha = \frac{1}{10{,}04}$$

$$\vec{E}_{xT} = -2\ \cdot\ |\vec{E}_1|\cos\alpha\ \cdot\ \vec{i} = -2\ \cdot\ 267{,}3\ \cdot\ \frac{1}{10{,}04}\ \vec{i} = -53{,}24\ \vec{i}\ \text{N/C}\ ;$$

$$\vec{E}_{Ty} = 0$$

Por tanto, en el punto *B* el campo resultante es:

$$\vec{E}_B = -53{,}24\ \vec{i}\ \text{N/C}$$

20. Una carga positiva de 6,0 microculombios se encuentra en el origen de coordenadas. Calcula:

***a)* Cuál es el potencial a una distancia de 4 m.**

***b)* Qué trabajo tenemos que hacer para traer otra carga positiva de 2,0 microculombios desde el infinito hasta esa distancia.**

***c)* ¿Cuál será la energía potencial de esa carga en dicha posición?**

a) En el punto que se indica, el potencial toma el valor:

$$V = K\frac{q}{r} = 9 \cdot 10^9\ \text{N m}^2\text{C}^{-2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{4\ \text{m}} = 1{,}35 \cdot 10^4\ \text{V}$$

b) Teniendo en cuenta que el potencial representa el trabajo por unidad de carga, se cumple:

$$W = q\,V = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 1{,}35 \cdot 10^4\ \text{V} = 2{,}7 \cdot 10^{-2}\ \text{J}$$

c) La energía potencial vale:

$$E_p = K\frac{Qq}{r} =$$

$$= 9 \cdot 10^9\ \text{N m}^2\text{C}^{-2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{4\ \text{m}} = 2{,}7 \cdot 10^{-2}\ \text{J}$$

21. Dos esferas metálicas de 6,0 y 9,0 cm de radio se cargan a $1{,}0\ \cdot\ 10^{-6}$ C cada una, y luego se unen con un hilo conductor de capacidad despreciable. Calcula:

***a)* El potencial de cada esfera después de la unión.**

***b)* La carga de cada esfera después de la unión.**

De la expresión se deduce que el potencial de la primera esfera es mayor porque $r_1 < r_2$. Por tanto, si se ponen en contacto pasará una carga q de la primera esfera a la segunda hasta que se igualan los potenciales. En ese instante se cumple:

$$\frac{10^{-6} - q}{6\ \cdot\ 10^{-2}} = \frac{10^{-6} + q}{9\ \cdot\ 10^{-2}}.\ \text{De donde se deduce que } q = \frac{1}{5}\ \cdot\ 10^{-6}\ C.$$

En el equilibrio electrostático el potencial común de ambas esferas será:

$$V_1 = V_2 = 9\ \cdot\ 10^9\ \cdot\ \frac{10^{-6} - 0{,}2\ \cdot\ 10^{-6}}{6\ \cdot\ 10^{-2}} = 9\ \cdot\ 10^9\ \frac{10^{-6} + 0{,}2\ \cdot\ 10^{-6}}{9\ \cdot\ 10^{-2}} =$$
$$= 1{,}2\ \cdot\ 10^{-5} V$$

Carga de cada esfera en equilibrio electrostático:

sfera: $q_2 = 10^{-6} + 0{,}2\ \cdot\ 10^{-6} = 1{,}2\ \cdot\ 10^{-6}\ C$

22. Una carga positiva de 6,0 μC se encuentra en el origen de coordenadas.

Calcula:

***a)* ¿Cuál es el potencial a una distancia de 4 m?**

***b)* ¿Qué trabajo tenemos que hacer para traer otra carga positiva de 2,0 μC desde el infinito hasta esa distancia?**

***c)* ¿Cuál será la energía potencial de esa carga en dicha posición?**

a) En el punto que se indica, el potencial toma el valor:

$$V = K\frac{q}{r} = 9 \cdot 10^9\ \text{N m}^2\text{C}^{-2} \cdot \frac{6\ .\ 10^{-6}\ \text{C}}{4\ \text{m}} = 1{,}35 \cdot 10^4\ \text{V}$$

b) Teniendo en cuenta que el potencial representa el trabajo por unidad de carga, se cumple:

$$W = q\,V = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 1{,}35 \cdot 10^4\ \text{V} = 2{,}7 \cdot 10^{-2}\ \text{J}$$

c) La energía potencial vale:

$$E_p = K\frac{Qq}{r} = 9 \cdot 10^9\ \text{N m}^2\text{C}^{-2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{-6}\ \text{C} \cdot 2 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}{4\ \text{m}} =$$
$$= 2{,}7 \cdot 10^{-2}\ \text{J}$$

23. Una esfera metálica aislada de 10 cm de radio se carga a un potencial de 1000 V; se toca esta esfera con otra también aislada de 2 cm de diámetro que a continuación se descarga; se repite esta operación cinco veces. Determina:

***a)* La carga de la esfera antes de ser tocada.**

***b)* La carga de dicha esfera después de la 5.ª operación.**

***c)* Su potencial en ese momento.**

a) Carga inicial de la primera esfera

$$Q = \frac{V\ \cdot\ r}{K} = \frac{1000\ \cdot\ 0{,}1}{9\ \cdot\ 10^9} = 1{,}1\ \cdot\ 10^{-8}\ C$$

Al poner en contacto las dos esferas pasar-a una carga q de la 1ª a la 2ª hasta que el potencial de las dos esferas es el mismo. Entonces se cumple:

$\frac{Q-q}{r_1} = \frac{q}{r_2}$; $r_2\,(Q-q) = qr_1$, de donde se deduce que la carga transmitida es

$$q = \frac{r_2 Q}{r_1 + r_2} = \frac{Q}{11}$$

b) Al cabo de la 5.ª operación la carga que pierde la 1.ª es $q = 5\,\frac{Q}{11}$ y la carga final será $Q - q_t = Q - \frac{5Q}{11} = \frac{6Q}{11} = \frac{6\cdot 1{,}1\cdot 10^{-8}}{11} = 6\cdot 10^{-9}\ C$

c) Potencial final $V = K\,\frac{Q}{r} = \frac{9\cdot 10^{9}\cdot 6\cdot 10^{-9}}{0{,}1} = 600V$

Teorema de Gauss

24. Aplicando el teorema de Gauss, obtén razonadamente el flujo del campo eléctrico sobre la superficie de un cubo de lado a en los siguientes casos:

a) Una carga *q* se coloca en el centro del cubo.

b) La misma carga *q* se coloca en un punto fuera del cubo.

a) El flujo que atraviesa una superficie cerrada es igual a la carga neta contenida en su interior dividida entre la constante dieléctrica del vacío $\Phi = q/\varepsilon_0$, y es independiente de la forma que tenga la superficie citada.

b) Si la carga está fuera de la superficie, fuera del cubo en este caso; el flujo es cero (las líneas de campo que entran son iguales a las líneas que salen).

25. Si el flujo de un campo eléctrico a través de una superficie gaussiana que rodea a una esfera conductora cargada y en equilibrio electrostático es Q/ε_0, el campo eléctrico en el exterior de la esfera es:

a) Cero; b) $Q / 4\pi\varepsilon_0 r^2$; c) Q/ε_0. Razona la respuesta correcta.

La esfera cargada se comporta como una carga puntual colocada en el centro. Para hallar el campo en un punto exterior que dista *r* del centro de la esfera cargada aplicamos la definición de flujo eléctrico a través de una superficie gaussiana que pase por dicho punto:

$$\frac{q}{\varepsilon_0} = E\,.\,S\ ;\ E = \frac{q}{S\cdot\varepsilon_0} = \frac{q}{4\pi r^2\cdot\varepsilon_0}$$

26. Se tiene un plano infinito con una densidad de carga superficial positiva σ-.

a) Deduce, utilizando el teorema de Gauss, el vector campo eléctrico generado por la distribución.

b) Calcula la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos, en el mismo semiespacio, separados una distancia d en la dirección perpendicular al plano cargado. Justifica si cambiaría su respuesta si la dirección fuera paralela al plano cargado.

Tomamos como superficie gaussiana dos planos paralelos que contenga el plano citado en el enunciado. De acuerdo con el teorema De Gauss el campo eléctrico viene dado por $|\vec{E}| = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$. El campo es uniforme, por tanto, la diferencia de potencial es $V_1 - V_2 = E\cdot d = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,d$. Los dos puntos estarían en la misma superficie equipotencial. Por tanto, $V_1 = V_2 \Rightarrow V_1 - V_2 = 0$.

27. Una superficie esférica de radio *R* tiene una carga eléctrica *Q* distribuida uniformemente en ella.

a) Deduce la expresión del módulo del vector campo eléctrico en un punto situado en el exterior de dicha superficie haciendo uso del teorema de Gauss.

b) ¿Cuál es la razón entre los módulos de los vectores campo en dos puntos situados a las distancias del centro de la esfera $r_1 = 2\ R$ y $r_2 = 3\ R$?

Utilizamos como superficie gaussiana otras esferas concéntricas con la esfera dada y cada una que pase por cada uno de los puntos citados. Aplicamos el teorema Gauss a cada esfera gaussiana.

$E_1 = \frac{Q}{\varepsilon_0 4\pi r^2} = \frac{Q}{\varepsilon_0 4\pi\, 4R^2}$; $E_2 = \frac{Q}{\varepsilon_0 4\pi\, 9R^2}$. Entre ambos campos existe la relación siguiente:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{9}{4}$$

Capacidad. Condensadores

28. La carga de cada armadura de un condensador plano es de 53 µC. ¿Cuál es la diferencia de potencial entre las armaduras si la capacidad del condensador es $4\cdot 10^{-9}$ F?

Aplicamos la definición de capacidad: $C = \frac{Q}{V}$. De donde se deduce el valor del potencia.

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{53\cdot 10^{-6}}{4\cdot 10^{-9}} = 1{,}3\cdot 10^{4}V$$

29. Dos conductores aislados se han cargado al transferir electrones del uno al otro. Después de transferir $1{,}6\cdot 10^{12}$ electrones, la diferencia de potencial entre los conductores es 14 V. ¿Cuál es la capacidad del sistema? (carga de un electrón $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C).

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{1{,}6\cdot 10^{12}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}{14} = 1{,}8\cdot 10^{-18}F$$

30. Se desea construir un condensador plano de 1 F de capacidad con placas cuadradas separadas entre sí 1 cm y con el vacío entre ellas. ¿Qué longitud deben tener los lados de las placas?

La capacidad de un condensador plano viene dada por $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$, siendo $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ la constante dieléctrica del vacío, *S* la superficie de las placas, en este caso $S = L^2$, y d es la distancia entre las placas. De la definición de capacidad del condensador despejamos la superficie de las placas.

$$S = \frac{C\cdot d}{\varepsilon_o}\ ;\ L = \sqrt{\frac{C\cdot d}{\varepsilon_o}} = \sqrt{\frac{1\cdot 10^{-2}}{8{,}85\cdot 10^{-12}}} = 3{,}36\cdot 10^{4}\ \text{m} =$$

$= 33{,}6$ km