Actividades

1. Indica si es falso o verdadero:

a) **Un electrón en reposo crea un campo magnético.**

b) **Un electrón nunca crea un campo magnético.**

c) **Un electrón en movimiento crea dos campos: uno eléctrico y otro magnético.**

d) **Un electrón no crea ningún tipo de campo.**

a) Falso. Porque un electrón en reposo solamente crea un campo eléctrico.

b) Falso. Porque un electrón crea un campo magnético si está en movimiento.

c) Verdadero. Como consecuencia de las afirmaciones anteriores.

d) Falso.

2. Cuando un imán de barra se rompe en varios pedazos, cada uno de estos se convierte en un imán con su polo Norte y su polo Sur. Explica este hecho utilizando la teoría de los dominios magnéticos.

La barra imantada está formada por dominios magnéticos con la misma orientación. Por tanto, si la barra se rompe, cada pedazo estará formado por dominios magnéticos con la misma orientación que tenía antes.

3. Si golpeas un imán con un martillo, el imán pierde su magnetismo. Lo mismo ocurre si lo calientas. Intenta explicar estos hechos con la teoría de los dominios magnéticos.

Al golpear o al calentar el imán, el movimiento de agitación de las moléculas hace que los dominios magnéticos pierdan la orientación común que poseían. En consecuencia, los dipolos magnéticos quedan desordenados y no originan un campo magnético resultante al exterior.

4. Responde a las siguientes cuestiones:

a) **Razona cómo podrías averiguar, con ayuda de una carga, si en una región del espacio existe un campo eléctrico o un campo magnético.**

b) **Un haz de protones atraviesa sin desviarse una zona en la que existe un campo eléctrico y otro magnético. Razona qué condiciones deben cumplir dichos campos.**

a) El campo eléctrico actúa siempre sobre una carga eléctrica. Esté ésta en reposo o en movimiento. En cambio, un campo magnético solamente actúa sobre cargas en movimiento. Por tanto, para averiguar el tipo de campo que existe en esa región se coloca una carga Q en reposo; si la carga no se mueve bajo la acción del campo desconocido, este campo es magnético.

b) Si los protones no se desvían, ambos campos tienen la misma dirección: la dirección del movimiento: La fuerza eléctrica $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$ tiene la misma dirección del campo. Y la fuerza magnética $\vec{F} = q\ (\vec{v}x\vec{B})$ es nula si el campo tiene la misma dirección que la velocidad.

5. Una partícula cargada se mueve en una región del espacio donde únicamente existe un campo magnético constante.

a) **¿Qué se puede afirmar del módulo de su velocidad? Razona la respuesta.**

b) **Razona en qué casos la fuerza sobre la partícula podría ser nula. Si la fuerza no es nula, ¿cuál es el ángulo que se forma entre la velocidad de la partícula y dicha fuerza?**

a) La fuerza magnética es siempre perpendicular a la velocidad. Por tanto, se trata de una fuerza centrípeta, no produce aceleración tangencial. El módulo de la velocidad permanece constante.

b) La fuerza es nula cuando se cumple uno de los siguientes casos: la velocidad es nula o es paralela al campo magnético, el campo magnético es nulo.

El ángulo viene dado por $\text{sen}\ \alpha = \dfrac{F}{q \cdot v \cdot B}$

6. En un instante dado, un protón se mueve sobre el eje *0x* en sentido positivo, en una región en que existe un campo magnético en sentido negativo del eje *0z*. ¿Cuál es la dirección y sentido de la fuerza magnética?

Según el producto vectorial $\vec{F} = q\ (\vec{v} \times \vec{B})$, la fuerza tiene que ser perpendicular al plano $\vec{v}$, $\vec{B}$. En este caso, el plano definido por $\vec{v}$, $\vec{B}$ es el plano *xz*. Por tanto, la fuerza magnética tiene la dirección del eje *0y*.

7. Un electrón se mueve con una velocidad *v* paralela a la dirección de un campo magnético. ¿Qué fuerza experimenta este electrón?

Cuando una carga se mueve en un campo magnético, está sometida a una fuerza definida por la Ley de Lorentz: $\vec{F} = q\ (\vec{v} \times \vec{B})$. Si la velocidad es paralela a la dirección del campo magnético el producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$ es nulo. Por tanto, el electrón no estaría sometido a ninguna fuerza.

8. De los tres vectores de la ecuación $\vec{F} = q\ (\vec{v} \times \vec{B})$:

a) **¿Qué pares son siempre perpendiculares?**

b) **¿Cuáles forman ángulos cualesquiera entre sí?**

c) **¿En qué caso uno cualquiera de los tres vectores es perpendicular a los otros dos?**

a) De la definición de producto vectorial, se deduce que el vector $\vec{F}$ es perpendicular al plano definido por los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$. Por tanto, los pares de vectores $\vec{F}$, $\vec{v}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares entre sí. Es decir:

$$\vec{F} \perp \vec{v}, \qquad \vec{F} \perp \vec{B}$$

b) Los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$ pueden formar un ángulo cualquiera.

c) En el caso particular de que $\vec{v} \perp \vec{B}$, entonces cualquiera de los tres vectores es perpendicular a los otros dos.

9. Se proyectan dos partículas cargadas hacia una región en la que se tiene un campo magnético perpendicular a sus velocidades. Si las cargas se desvían en sentidos opuestos, ¿qué se puede decir acerca de ellas?

Las dos partículas se proyectan en la misma dirección y sentido, es decir, $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ son paralelos y el campo magnético es el mismo para las dos, para que se cumpla que ang. $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 18°$:

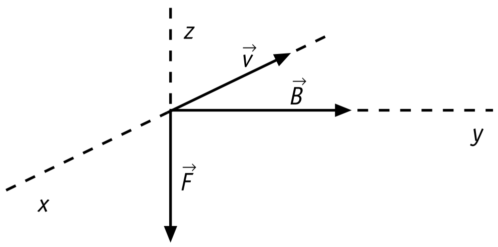
$-\vec{F}_1 = q\ (\vec{v}_1 \times \vec{B})$

$+\vec{F}_2 = q\ (\vec{v}_2 \times \vec{B})$

Para que se cumpla el sistema anterior, las cargas han de ser de signo opuesto.

10. Un protón se mueve a lo largo del eje *Ox* en sentido negativo, y experimenta una desviación de origen magnético en la dirección del eje *y* en sentido positivo. ¿Cuál es la dirección y sentido del campo magnético en esa región del espacio?

Si aplicamos la regla de la mano derecha, la fuerza definida por $\vec{F} = q\ (\vec{v} \times \vec{B})$ tiene la dirección del eje *0z* y en sentido negativo, como se indica en la figura.



11. Si estás sentado en una habitación mirando de frente hacia una ventana, y un electrón penetra en la habitación por dicha ventana perpendicularmente a ella y es desviado hacia tu izquierda, ¿cuál es la dirección y sentido de la inducción magnética que existe en la habitación?

Para un electrón, los vectores fuerza, campo magnético y velocidad están relacionados por el producto vectorial $\vec{F} = -q\ (\vec{v} \times \vec{B})$, de donde se deduce que el vector campo $\vec{B}$ es perpendicular al suelo con el sentido techo-suelo.

12. Dos cargas eléctricas se mueven en el mismo sentido, de direcciones paralelas. ¿Cómo son las interacciones eléctricas y magnéticas entre ellas?

a) **Son del mismo signo.**

b) **Son de distinto signo.**

a) Si las cargas son del mismo signo:

La interacción eléctrica es de repulsión, de acuerdo con la Ley de Coulomb.

La interacción electromagnética sería de atracción. El campo magnético originado por las dos cargas sería perpendicular al plano del papel pero con sentido contrario, y aplicando la regla de la mano derecha, las fuerzas están dirigidas hacia las cargas.

b) Si las cargas son de signo contrario, la interacción sería de atracción, como se deduce de la Ley de Coulomb.

En cambio, la interacción electromagnética sería de repulsión.

13. Analiza si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) **Una partícula cargada que se mueve en un campo magnético uniforme aumenta su velocidad cuando se desplaza en la misma dirección de las líneas del campo.**

b) **Una partícula cargada puede moverse en una región en la que existe un campo magnético y un campo eléctrico sin experimentar ninguna fuerza.**

La fuerza magnética viene dada por $F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\ \alpha$ siendo α el ángulo que forma el campo magnético con la velocidad.

a) Afirmación falsa. Porque si el campo y la velocidad tienen la misma dirección $\alpha = 0$ y la fuerza sería nula.

b) Afirmación verdadera. Existe un caso en que la fuerza resultante es nula. Cuando se cumple: $v = E/B$

14. Se proyectan dos partículas cargadas hacia una región en la que se tiene un campo magnético perpendicular a sus velocidades. Si las cargas se desvían en sentidos opuestos, ¿qué se puede decir acerca de ellas?

Las cargas son de signo opuesto.

15. Un electrón se mueve con una velocidad *v* paralela a la dirección de un campo magnético. ¿Qué fuerza experimenta este electrón?

Una fuerza nula como se deduce de $F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\ 0° = 0$

16. Una corriente uniforme circula por una espira circular.

a) **Realiza un dibujo de las líneas del campo magnético generado por dicha corriente.**

b) **Indica a qué lado de la espira corresponde el polo norte y a qué lado el polo sur.**

Actividad abierta.

17. Demuestra que si una carga *q* penetra en un campo magnético uniforme *B* con una velocidad *v* perpendicular al campo, el periodo del movimiento circular que toma la carga es independiente de su velocidad.

La fuerza magnética es perpendicular a la velocidad originando una aceleración centrípeta. Se cumple

$$F_m = F_c \Rightarrow q \cdot v \cdot B = \frac{mv^2}{R}\ ;\ v = \frac{q \cdot R \cdot B}{m}$$

$$\frac{2\pi R}{T} = \frac{qRB}{m}\ ;\ T = \frac{2\pi m}{qB}$$

18. Una partícula con carga +q y una masa m entra con velocidad v en una zona en la que existe un campo magnético uniforme $\vec{B}$ perpendicular al movimiento.

a) **En función del sentido del campo, dibuja la trayectoria descrita por la partícula.**

b) **Demuestra que la partícula describe un movimiento circular con frecuencia** $f = \dfrac{q \cdot B}{2 \cdot \pi \cdot m}$

a) La trayectoria es una circunferencia, El sentido de giro depende del sentido del campo magnético. Si el campo es perpendicular al plano del papel con sentido hacia dentro, la partícula giraría en sentido contrario a las agujas de un reloj. Si el sentido del campo es hacia afuera el giro sería dextrógiro (según las agujas del reloj).

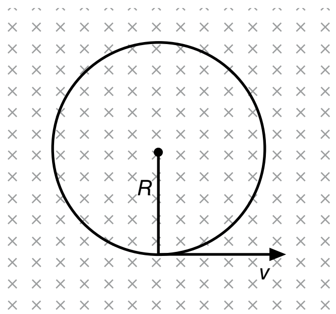
b) En la actividad hemos deducido el valor del periodo del movimiento circular que toma la partícula, Teniendo en cuenta que la frecuencia es el inverso del periodo, tenemos

$$f = \frac{1}{T} = \frac{q \cdot B}{2\pi \cdot m}$$

19. Enuncia la ley de Lorentz y razona, a partir de ella, las características de la fuerza magnética sobre una carga.

Actividad abierta.

20. En una región del espacio existe un campo magnético uniforme, vertical y dirigido hacia abajo. Se disparan horizontalmente un electrón y un protón con igual velocidad. Compara, con ayuda de un esquema, las trayectorias descritas por ambas partículas y razona cuáles son sus diferencias.



De acuerdo con la expresión $v = \dfrac{q \cdot R \cdot B}{m}$ la velocidad depende del valor y signo de la carga y de su masa. El protón describe la circunferencia en sentido positivo y el electrón lo hace en sentido negativo: el módulo de la velocidad depende de la relación $\dfrac{|q|}{m}$ de cada partícula. La velocidad del protón es menor que la del electrón al ser $m_p > m_c$; pero la circunferencia que describe es mayor que la del electrón.

21. Un protón y una partícula alfa se mueven en el mismo campo magnético y describen órbitas idénticas. ¿Qué relación existe entre sus velocidades?

Datos: $m_\alpha = 4\, m_p$; $q_\alpha = 2\, q_p$.

Tanto el protón como la partícula alfa están sometidos a una fuerza magnética que origina el movimiento circular. Por tanto, se cumple para ambas partículas:

$$q\,v\,B = m\,\frac{v^2}{r},$$

de donde:

$$v = \frac{q\,B\,r}{m}$$

Por tanto, la velocidad de cada partícula depende de la masa y de la carga respectivas.

$$v_p = \frac{q_p\,B\,r}{m_p}; \qquad v_\alpha = \frac{q_\alpha\,B\,r}{m_\alpha}$$

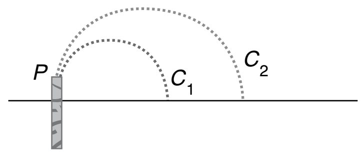
$$\frac{v_p}{v_\alpha} = \frac{m_\alpha\,q_p}{m_p\,q_\alpha} = \frac{4\,m_p\,q_p}{m_p\,2\,q_p} = 2\,; \qquad v_p = 2\,v_\alpha$$

El protón se moverá con doble velocidad que la partícula alfa.

22. Un protón y una partícula alfa se disparan desde el mismo punto *P* de la figura siguiente con la misma velocidad en un campo magnético uniforme de intensidad *B*.

***a)* ¿Qué partícula describe mayor órbita?**

***b)* ¿Qué relación existe entre sus radios?**



Aplicamos la expresión $q\,v\,B = m\,\dfrac{v^2}{r}$ y obtenemos el radio de la órbita que describen las partículas.

$$r = \frac{m\,v}{q\,B}$$

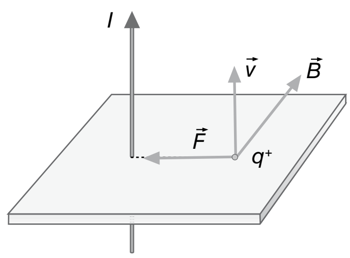
Para el protón: $r_p = \dfrac{m_p\,v}{q_p\,B}$

Para la partícula alfa: $r_\alpha = \dfrac{m_\alpha\,v}{q_\alpha\,B}$

$$\frac{r_p}{r_\alpha} = \frac{m_p\,q_\alpha}{m_\alpha\,q_p} = \frac{m_p\,2\,p_q}{4\,m_p\,q_p} = \frac{1}{2}\,;\; r_\alpha = 2\,r_p$$

Por tanto, la órbita descrita por la partícula alfa tiene doble radio que la órbita descrita por el protón.

23. Considera un conductor rectilíneo de longitud infinita por el que circula una corriente eléctrica. En las proximidades del conductor se mueve una carga eléctrica positiva cuyo vector velocidad tiene la misma dirección y sentido que la corriente sobre el conductor. Indica, mediante un ejemplo, la dirección y el sentido de la fuerza magnética que actúa sobre la partícula.



El campo maGnético originado por la corriente es perpendicular a la dirección del conductor (y a la velocidad), con el sentido indicado en la figura, de acuerdo con la regla de la mano derecha. Según la Ley de Lorentz, la fuerza esta dirigida hacia el conductor.

24. Comenta razonadamente la veracidad o la falsedad de las siguientes afirmaciones:

***a)* La fuerza magnética entre dos conductores rectilíneos e indefinidos por los que circulan corrientes de diferente sentido es repulsiva.**

***b)* Si una partícula cargada en movimiento penetra en una región en la que existe campo magnético siempre actúa sobre ella una fuerza.**

a) Verdadera. La fuerza es de repulsión $F = I\;L\;B$, siendo B el campo magnético de cada conductor en el punto donde se encuentra el otro.

b) Falso. Si la partícula se mueve en dirección paralela al campo es nula.

25. Supón un campo magnético $\vec{B}$ a una distancia *d* de un conductor rectilíneo indefinido por el que circula una intensidad de corriente eléctrica *I*.

***a)* ¿Cómo varía d con *I*?**

***b)* Dibuja las líneas del campo magnético, indicando su sentido y una regla sencilla que permita determinarlo con facilidad.**

a) El campo magnético creado por la corriente viene dado por $B = \dfrac{\mu_o I}{2\pi d}$, cuyo valor depende de la relación $\dfrac{I}{d}$. Si el campo es constante, la relación anterior también lo es. Por tanto, la intensidad de l corriente y la distancia vrían en la misma proporción.

b) Respuesta abierta.

Ciencia, tecnología y sociedad

1. ¿Cuál es la fuerza que desvía los electrones del ánodo del microondas?

***a)* eléctrica; *b)* magnética; *c)* electromagnética.**

c) Electromagnética.

2. ¿Cómo se llama la fuerza que actúa sobre los electrones en movimiento del microondas? a) de Foucault; b) de Lorentz; c) de Ampère.

b) De Lorentz.

Problemas propuestos

1. Calcula el campo magnético en un punto distante 4 cm de un largo conductor por el que circula una corriente de 6 A.

El campo magnético producido por un conductor rectilíneo en un punto distante *d* viene dado por la expresión:

$$B = \frac{2K'I}{d} = \frac{2 \cdot 10^{-7}\ \text{T m A}^{-1} \cdot 6\ \text{A}}{0{,}04\ \text{m}} = 3 \cdot 10^{-5}\ \text{T}$$

2. ¿Cuál es el radio de una espira circular por la que pasa una corriente de 5 A si el campo magnético en su centro es $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ T?

El campo magnético en el centro de una espira viene dado por $B = \dfrac{\mu_0 I}{2r}$, siendo *R* el radio de la espira.

$$R = \frac{\mu_0 I}{2B} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \text{T m/A} \cdot 5\ \text{A}}{2 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{T}} = 3{,}1\ \text{mm}$$

3. Un alambre recto y largo conduce una corriente de 5 A según el eje *Ox*. Calcula el valor y dirección de *B* en el punto (3, 2, 0) expresado en metros.

En este caso, el vector campo viene dado por:

$$\vec{B} = \frac{2K'I}{d}(\vec{u}_x \times \vec{u}_y) = \frac{2 \cdot 10^{-7}\ \text{T m/A} \cdot 5\text{A}}{2\ \text{m}}(\vec{u}_x \times \vec{u}_y) = 5 \cdot 10^{-7}\ \vec{u}_z\ \text{T}$$

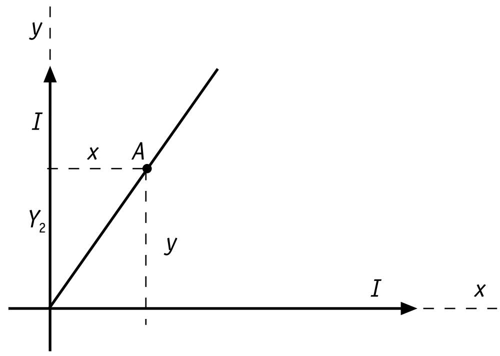
4. Calcula el campo magnético en un punto situado a 1,0 cm de un conductor rectilíneo por el que circula una corriente de 6,0 A.

El campo magnético creado por un conductor rectilíneo en un punto viene dado por:

$$B = \frac{2K'I}{d} = \frac{2 \cdot 10^{-7}\ \text{T m/A} \cdot 6{,}0\ \text{A}}{10^{-2}\ \text{m}} = 1{,}2 \cdot 10^{-4}\ \text{T}$$

5. Un alambre recto y largo conduce una corriente *I* en el sentido +*x*, mientras que un segundo conductor transporta una corriente *I*/2 según el sentido +*y*. ¿En qué puntos el campo magnético resultante es nulo?

En los puntos situados en el primero y tercer cuadrante los campos magnéticos originados por las corrientes tienen sentido contrario. Sea *A* un punto en que, además de la condición anterior, también se cumple que $B_1 = B_2$.



Aplicamos a cada corriente la ecuación del campo magnético originado por un conductor rectilíneo:

$$\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{y} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\frac{1}{2}I}{x}; \qquad xI = \frac{1}{2}yI$$

de donde: $y = 2x$.

Los puntos en los que el campo magnético resultante es cero están situados en la recta $y = 2x$.

6. Por un hilo conductor rectilíneo y de gran longitud circula una corriente de 12 A. El hilo está situado en el eje *Z* de coordenadas y la corriente fluye en el sentido positivo. Un electrón se encuentra situado en el eje *Y*, en el punto *P* de coordenadas (0, 20, 0) expresadas en centímetros. Determina el vector de aceleración del electrón en los siguientes casos:

***a)* El electrón se encuentra en reposo en la posición indicada.**

***b)* Su velocidad es de 1 m/s según la dirección positiva del eje *Y*.**

***c)* Su velocidad es de 1 m/s según la dirección positiva del eje *Z*.**

***d)* Su velocidad es de 1 m/s según la dirección negativa del eje *X*.**

Datos: permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N A^{-2}; masa del electrón $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; valor absoluto de la carga del electrón $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

a) $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})}{m} = 0$. Porque $v = 0$

b) El campo magnético que origina la corriente vale en el punto *P:*

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_o I}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 12}{2\pi \cdot 0{,}2} = 12 \cdot 10^{-6}\ T$$

De acuerdo con la regla de la mano derecha, el campo es paralelo al eje *X* en sentido negativo: $\vec{B} = -1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \vec{i}$

Fuerza que ejerce el campo magnético sobre el electrón:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\ [\vec{j} \times (-1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \vec{i})] =$$
$$= 1{,}6 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-24}\ \vec{k}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{1{,}92 \cdot 10^{-24}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}\ \vec{k} = -2{,}1 \cdot 10^{6}\ \vec{k} m/s^2$$

c) $\vec{F} = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot [\vec{k} \times (-1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \vec{i}\,)] = 1{,}92 \cdot 10{-}5\ \vec{j}\,;$

$\vec{a} = 2{,}1 \cdot 10^{6}\ \vec{j}\, m/s^2$

d) $\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = 0\ ;\ a = 0\ m/s^2$

7. En una región del espacio existe un campo eléctrico de $3 \cdot 10^5$ N/C en el sentido positivo del eje *OZ* y un campo magnético de 0,6 T en el sentido positivo del eje *OX*.

***a)* Un protón se mueve en el sentido positivo del eje *OY*. Dibuja un esquema de las fuerzas que actúan sobre él y determina qué velocidad deberá tener para que no sea desviado de su trayectoria.**

***b)* Si en la misma región del espacio un electrón se moviera en sentido positivo del eje *OY* con una velocidad de 10^3 m/s, ¿en qué sentido sería desviado?**

Dato: valor absoluto de la carga del electrón y del protón $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

a) Para que el protón no se desvíe la fuerza neta que actúa sobre él ha de ser nula:

$$\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0 \Rightarrow q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -q \cdot \vec{E}_e\ ;\ \vec{v} \cdot B \cdot \vec{k} = -E \cdot \vec{k}\ ;$$
$$|\vec{v}| \cdot |\vec{B}| = |\vec{E}|$$

$$v = \frac{3 \cdot 10^5}{0{,}6} = 0{,}5 \cdot 10^6 = 5 \cdot 10^5\ \text{m/s} \Rightarrow \vec{v} = 5 \cdot 10^5\ \vec{j}$$

b) El electrón estaría sometido a dos fuerzas $\vec{F}_m$ y $\vec{F}_e$ cuya resultante sería:

$$\vec{F} = \vec{F}_m + \vec{F}_e = q \cdot [(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}] = q(v \cdot B\vec{k} + E\vec{k}) =$$
$$= -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (10^3 \cdot 0{,}6 + 3 \cdot 10^5)\ \vec{k} = -4{,}8 \cdot 10^{-14}\ \vec{k} N$$

$$a = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-4{,}8 \cdot 10^{-14}\ \vec{k}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = -5{,}2 \cdot 10^{16}\ \vec{k} m/s^2$$

El electrón tiene dos movimientos: Uno uniforme en la dirección del eje *OY* en sentido positivo. Y otro uniformemente acelerado en la dirección del eje *OZ* en sentido negativo. El movimiento resultante es parabólico hacia el sentido negativo del eje *OZ:*

$$x = v \cdot t\ ;\ z = \frac{1}{2}\ a \cdot t^2 = \frac{1}{2}\ a \cdot \frac{x^2}{v^2} = -2{,}6 \cdot 10^{10}\ x^2$$

8. Un protón y un electrón se mueven en un campo magnético uniforme B bajo la acción del mismo. Si la velocidad del electrón es ocho veces mayor que la del protón y ambas son perpendiculares a las líneas del campo magnético, deduce la relación numérica existente entre:

***a)* Los radios de las órbitas que describen.**

***b)* Los periodos orbitales de los mismos.**

Dato: se considera que la masa del protón es 1 836 veces la masa del electrón.

a) Si el campo magnético es perperdicular a la velocidad, de la ley de Lorentz se deduce que la fuerza magnética es perpendicular al movimiento de ambas partículas sin acelerarlas. Se trata de una fuerza centrípeta, haciendo que ambas partículas describan trayectorias circulares:

$$|q|\ v \cdot B = m\ \frac{v^2}{R}\ ;\ R = \frac{m\ .\ v}{q \cdot B}\ ;\ \frac{R_p}{R_o} = \frac{m_p \cdot v_p}{m_e \cdot 8v_p} = 229{,}5\ ;$$
$$R_p = 229{,}5\ R_e$$

b) Al ser las órbitas circulares se cumple:

$$T = \frac{2\pi R}{v}\ ;\ \frac{T_p}{T_e} = \frac{v_e \cdot R_p}{V_p \cdot R_e} = \frac{8v_p \cdot 22{,}5\ R_e}{V_p \cdot R_e} = 1836\ ;\ T_P = 1836T_e$$

9. Sobre un electrón que se mueve con una velocidad de 5 000 km/s actúa en dirección normal a su velocidad un campo magnético en el que $B = 8{,}0 \cdot 10^{-3}$ T. Determina:

***a)* El valor de la fuerza que actúa sobre el electrón.**

***b)* El radio de la órbita que describe.**

Datos: $q_e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

a) El electrón describe una circunferencia bajo la fuerza electromagnética, cuyo valor viene dado por la Ley de Lorentz.

$$F = qvB = 1{,}6 \cdot 10^{-19\,C} \cdot 5 \cdot 10^6\ \text{m/s} \cdot 8 \cdot 10^{-3}\ \text{T} = 6{,}4 \cdot 10^{-15}\ \text{N}$$

b) Esta fuerza equivale a la fuerza centrípeta necesaria para que la órbita circular sea estable.

$$F_c = m\ \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{mv^2}{F_c} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 25 \cdot 10^{12}\ \text{m}^2/\text{s}^2}{6{,}4 \cdot 10^{-15}\ \text{N}} = 3{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

10. Se acelera un protón a través de una diferencia de potencial de $1{,}0 \cdot 10^5$ V. Entonces el protón entra perpendicularmente a un campo magnético, recorriendo una trayectoria circular de 30 cm de radio. Calcula el valor del campo.

Datos: $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.

El trabajo realizado por el campo para acelerar el protón se emplea en aumentar la energía cinética de este.

$$Vq = \frac{1}{2}\ mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 10^5\ \text{V}}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}} = 4{,}4 \cdot 10^6\ \text{m/s}$$

Al penetrar con esta velocidad en el campo magnético, el protón describe una circunferencia en la que la fuerza centrípeta coincide con la fuerza magnética:

$$m\ \frac{v^2}{R} = qvB$$

de donde se deduce el valor del campo magnético:

$$B = \frac{m\,v}{R\,q} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \cdot 4{,}4 \cdot 10^{6}\ \text{m/s}}{0{,}3\ \text{m} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 0{,}15\ \text{T}$$

11. Una partícula de masa m = 4 · 10^{-16} kg y carga *q* = –2,85 · 10^{-9} C, que se mueve según el sentido positivo del eje *X* con velocidad 2,25 · 10^{6} m/s, penetra en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme de valor *B* = 0,9 T orientado según el sentido positivo del eje *Y*.

Determina:

a) **La fuerza (módulo, dirección y sentido) que actúa sobre la carga.**

b) **El radio de la trayectoria seguida por la carga dentro del campo magnético.**

a) Si despreciamos la fuerza gravitatoria, la única fuerza que actúa sobre la partícula es la que ejerce el campo magnético, y que viene dada por la ley de Lorentz.

$$\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = q \cdot (v\vec{i} \times B\vec{j}) = qvB\vec{k} = -2{,}85 \cdot 10^{-9} \cdot$$
$$\cdot\ 2{,}25 \cdot 10^{6} \cdot 0{,}9 \cdot \vec{k} = -5{,}77 \cdot 10^{-3}\ \vec{k}\ N$$

$|\vec{F}_m| = 5{,}77 \cdot 10^{-3}$ N; con dirección del eje Z y sentido negativo.

b) Esta fuerza es centrípeta al ser siempre perpendicular al vector velocidad. Por tanto:

$$|qvB| = m\,\frac{v^2}{R}\ ;\ R = \frac{mv^2}{qvB} = \frac{4 \cdot 10^{-16} \cdot (2{,}25 \cdot 10^{6})^2}{5{,}77 \cdot 10^{-3}} = 0{,}35\ \text{m}$$

12. Dos partículas de idéntica carga describen órbitas circulares en el seno de un campo magnético bajo la acción del mismo. Ambas partículas poseen la misma energía cinética y la masa de una es el doble que la de la otra. Calcula la relación entre:

a) **Los radios de las órbitas.**

b) **Los periodos de las órbitas.**

a) Supomgamos que $m_2 = 2\ m_1$. La igualdad de la energía cinética implica:

$$\frac{1}{2}\,m_1v_1^2 = \frac{1}{2}\,m_2v_2^2 \Rightarrow m_1v_1^2 = 2m_1v_2^2 \ \Rightarrow v_1 = \sqrt{2}\ v_2$$

La fuerza magnética al ser perpendicular a la velocidad actúa como fuerza centrípeta.

El radio de la trayectoria circular viene dado por $R = \dfrac{mv}{qB}$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1v_1}{m_2v_2} = \frac{m_1 \cdot \sqrt{2}v_2}{2m_1 \cdot v_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

b) Periodo de revolución: $T = \dfrac{2\pi R}{v}$

$$T_1 = \frac{2\pi R_1}{v_1}\ ;\ T_2 = \frac{2\pi R_2}{v_2}\ ;\ \frac{T_1}{T_2} = \frac{R_1v_2}{R_2v_1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\,R_2 \cdot v_2}{R_2 \cdot \sqrt{2}v_2} = \frac{1}{2}$$

13. Una carga *q* = –1 · 10^{-11} C de masa *m* = 5 · 10^{-21} kg se mueve en el plano *XY* con una velocidad *v* = 300 m/s en el seno de un campo magnético $\vec{B}$ = 5 $\vec{k}$ µ*T* describiendo una trayectoria circular. Determina:

a) **El radio de giro de la carga y su periodo.**

b) **El campo eléctrico que habría que aplicar para que la carga describiera una trayectoria rectilínea en el instante en el que su velocidad es paralela al eje *X* y con sentido positivo.**

a) Puesto que la fuerza magnética es perpendicular a la velocidad, la partícula describe una órbita circular, siendo la fuerza magnética igual a la fuerza centrípeta:

$$qvB = \frac{m\,v^2}{R}\ ;\ R = \frac{m\,v}{qB} = \frac{5 \cdot 10^{-21} \cdot 300}{1 \cdot 10^{-11} \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 0{,}03\ m$$

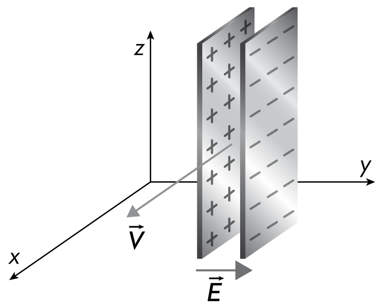
$$\text{Periodo } T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 0{,}03}{300} = 2\pi \cdot 10^{-6}\ s$$

b) Para que la carga no se desvíe la fuerza neta ha de ser cero: $\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0$

$$q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -q\,\vec{E} \Rightarrow (\vec{v} \cdot B) \cdot (\vec{j}) = -\vec{E}_e.\ \text{Luego}$$

$$\vec{E} = vB\,\vec{j} = 1{,}5\ .\ 10–3\,\vec{j}$$

14. Un electrón se lanza con una velocidad $\vec{v}$ = 5 · 10^{6} $\vec{i}$ m/s entre las placas de un condensador plano vacío cargado, cuyas placas son planos paralelos al plano *XZ* que producen un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$ = 10^{2} $\vec{j}$ N/C como indica la Figura.



Las placas tienen una anchura, ℓ = 10 cm. Si el electrón entra de forma que su distancia a cada una de las placas es de *d* = 1 cm, halla, suponiendo despreciable la fuerza gravitatoria:

a) **La fuerza $\vec{F}$ y la aceleración $\vec{a}$ que actúa sobre el electrón.**

b) **El vector de inducción magnética $\vec{B}$ necesario para que el electrón no desvíe su trayectoria.**

c) **El vector de velocidad del electrón a la salida del condensador, en las circunstancias del apartado *b)*.**

d) **Supón ahora que se descarga el condensador, de modo que se anula el campo eléctrico y tan solo tiene la inducción magnética hallada en el apartado *b)*. Calcula el radio de giro de la trayectoria del electrón.**

Datos: masa del electrón m_e = 9,11 · 10^{-31} kg; valor absoluto de la carga del electrón *e* = 1,6 · 10^{-19} C.

a) $\vec{F} = \vec{E} \cdot q = 10^{2}\,\vec{j} \cdot (-1{,}6 \cdot 10^{-19}) = -1{,}6 \cdot 10^{-17}\,\vec{j}$ N

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-1{,}6 \cdot 10^{-17}\,\vec{j}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = -1{,}76 \cdot 10^{13}\ \vec{k}m/s^2$$

b) Para que el electrón no se desvíe neta que se ejerce obre él ha de ser nula:

$q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -q \cdot \vec{E}$; $\vec{v} \times \vec{B} = -E \cdot \vec{j}$; $v \cdot \vec{i} \times B \cdot \vec{k} = -E \cdot \vec{j}$.
El campo $\vec{B}$ debe tener la dirección del eje Z en sentido positivo para que se cumpla $\vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j}$. Por tanto,

$$B = \frac{E}{v} = \frac{10^2}{5 \cdot 10^6} = 2 \cdot 10^{-5}\ T.$$ En forma vectorial:

$$\vec{B} = 2 \cdot 10^{-5}\ \vec{k}\,T$$

c) En las condiciones del apartado *b)* la fuerza es nula. Por tanto, el movimiento será rectilíneo y uniforme. Al salir del condensador lo hará con la misma velocidad que tenía $\vec{v} = 5 \cdot 10^6\ \vec{i}$ *m/s*

d) La fuerza magnética, al ser perpendicular a la velocidad, hace que el electrón describa una circunferencia de radio:

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 5 \cdot 10^6}{1{,}5 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-5}} = 1{,}42\ m$$

15. Responde a las siguientes cuestiones:

a) **¿Cuál es la velocidad de un electrón cuando se mueve en presencia de un campo eléctrico de módulo $E = 3{,}5 \cdot 10^5$ N/C y de un campo magnético de 2 T, ambos mutuamente perpendiculares y, a su vez, perpendiculares a la velocidad del electrón, para que este no se desvíe?**

b) **¿Cuál es el radio de la órbita descrita por el electrón cuando se suprime el campo eléctrico?**

a) $q \cdot v \cdot B = q \cdot E \Rightarrow v = \dfrac{E}{B} = \dfrac{3{,}5 \cdot 10^5}{2} = 1{,}75 \cdot 10^5 m/s$

b) $R = \dfrac{mv}{qB} = \dfrac{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}75 \cdot 10^5}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2} = 5 \cdot 10^{-7}$ m

16. En una región del espacio hay un campo eléctrico $\vec{E} = 4 \cdot 10^3\ \vec{j}\ NC^{-1}$ y otro magnético $\vec{B} = 5\ \vec{i}\ T$. Si un protón penetra en esa región con una velocidad perpendicular al campo magnético:

a) **¿Cuál debe ser la velocidad del protón para que al atravesar esa región no se desvíe? Si se cancela el campo eléctrico y se mantiene el campo magnético.**

b) **Con la velocidad calculada en el apartado *a)*, ¿qué tipo de trayectoria describe? ¿Cuál es el radio de la trayectoria? Determina el trabajo realizado por la fuerza que soporta el protón y la energía cinética con la que el protón describe esa trayectoria.**

Datos: masa del protón = $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; carga del protón = $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C.

a) Para que el electrón no se desvíe se debe cumplir: $\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0 \Rightarrow \vec{F}_m = -\vec{F}_e$

$$q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = -q \cdot \vec{E} \Rightarrow \vec{v} \times \vec{B} = -\vec{E} \Rightarrow v \cdot \vec{k} \times \vec{B} \cdot (-\vec{i}) = -E\,\vec{j} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow V \cdot B = E$$

$$v = \frac{E}{B} = \frac{-4 \cdot 10^3}{0{,}5} = 8 \cdot 10^3\ m/s$$

b) Si se cancela el campo eléctrico, el campo magnético al ser perpendicular a la velocidad, la fuerza magnética es una fuerza centrípeta que hace que el electrón describa una circunferencia de radio:

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 8 \cdot 10^3}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}5} = 1{,}67 \cdot 10^{-4}\ m$$

El trabajo realizado es cero, porque la fuerza magnética es perpendicular a la velocidad en todo instante.

Energía cinética del protón:

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 64 \cdot 10^6 = 5{,}3 \cdot 10^{-20}\ J$$

17. Dos partículas idénticas *A* y *B*, de cargas $3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C y masas $6{,}4 \cdot 10^{-27}$ kg, se mueven en una región en la que existe un campo magnético uniforme de valor: $\vec{B}_0 = (\vec{i} + \vec{j})\,T$. En un instante dado, la partícula *A* se mueve con velocidad $\vec{v}_A = (-10^3\ \vec{i} + 10^3\ \vec{j})$ m/s y la partícula *B* con velocidad $\vec{v}_B = (-10^3\ \vec{i} - 10^3\ \vec{j})$ m/s.

a) **Calcula, en ese instante, la fuerza que actúa sobre cada partícula.**

b) **Una de ellas realiza un movimiento circular; calcula el radio de la trayectoria que describe y la frecuencia angular del movimiento.**

a) Sobre la partícula A:

$$\vec{F}_A = q \cdot (\vec{v}_A \times \vec{B}) = q \cdot [(-10^3\ \vec{i} + 10^3\ \vec{j}) \times (\vec{i} + \vec{j})] =$$
$$= q \cdot [-10^3\ (\vec{i} \times \vec{i}) - 10^3 (\vec{i} \times \vec{j}) + 10^3\ (\vec{j} \times \vec{i}) + 10^3\ (\vec{j} \times \vec{j})] =$$
$$= -q \cdot 2 \cdot 10^3\ \vec{k} = -6{,}2 \cdot 10^{-16}\ \vec{k}N$$

Sobre la partícula B:

$$\vec{F}_B = q \cdot (\vec{v}_B \times \vec{B}) = q \cdot [-10^3\ (\vec{i} + \vec{j}) \times (\vec{i} + \vec{j})] =$$
$$= q(-10^3\ \vec{k} + 10^3\ \vec{k}) = 0$$

b) La partícula tiene movimiento circular con un radio :

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{m \cdot \sqrt{10^6 + 10^6}}{q \cdot \sqrt{1 + 1}} = \frac{6{,}4 \cdot 10^{-27} \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2}}{q \cdot \sqrt{2}} = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{m}$$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{10^3 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot 10^{-5}} = 7 \cdot 10^7\ \text{rad/s}$$

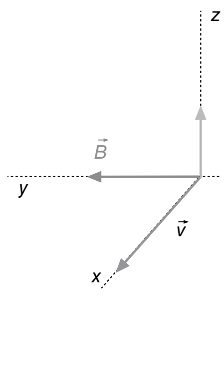
18. En un instante determinado un electrón que se mueve con una velocidad $\vec{v} = 4 \cdot 10^4\ \vec{i}$ m/s penetra en una región en la que existe un campo magnético de valor $\vec{B} = -0{,}8\ \vec{j}$ T, siendo $\vec{i}$, $\vec{j}$ los vectores unitarios en los sentidos positivos de los ejes X e Y, respectivamente.

Determina:

a) **El módulo, la dirección y el sentido de la aceleración adquirida por el electrón en ese instante, efectuando un esquema gráfico en la explicación.**

b) **La energía cinética del electrón y el radio de la órbita que describiría el electrón al moverse en el campo, justificando la respuesta.**

Datos: valor absoluto de la carga del electrón $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; masa del electrón $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.



a) El electrón está sometido a la acción del campo magnético. La fuerza que este ejerce viene dada por la ley de Lorentz: $\vec{F}_m = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$. Para hallar la aceleración aplicamos la ley de Newton:

$$|\vec{a}| = \frac{|\vec{F}|}{m} = \frac{|q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})|}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 4 \cdot 10^4 \cdot 0{,}8}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = $$
$$= 5{,}62 \cdot 10^{15} \text{ m/s}$$

Esta aceleración perpendicular a la velocidad en cualquier instante y sentido hacia el centro de la órbita. Se trata de una aceleración centrípeta.

b) $E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 16 \cdot 10^8 \; 7{,}2 \cdot 10^{-22} \; J$

$$R = \frac{v^2}{a} = \frac{16 \cdot 10^8}{5{,}62 \cdot 10^{15}} = 2{,}85 \cdot 10^{-7} \; m$$

19. Una partícula de carga q y masa m tiene una cantidad de movimiento $p = m\,v$ y una energía cinética $E_c = 1/2\; m\, v^2$. Si se mueve en una órbita de radio R perpendicular a un campo magnético uniforme B, demuestra que:

a) **$p = B\,q\,R$**

b) **$E_c = \dfrac{B^2\,q^2\,R^2}{2\text{ m}}$**

a) Si se mueve en una órbita circular con movimiento uniforme quiere decir que sobre la partícula actúa una fuerza centrípeta originada por el campo magnético:

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow qB = \frac{mv}{R} \Rightarrow mv = Bqr \Rightarrow p = BqR$$

b) $E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{m^2v^2}{2\,m} = \frac{p^2}{2\,m} = \frac{B^2q^2R^2}{2\,m}$

20. Responde a las siguientes cuestiones:

a) **Determina la masa de un ion de potasio, K^+, si cuando penetra con una velocidad $\vec{v} = 8 \cdot 10^4\,\vec{i}$ m/s en un campo magnético uniforme de intensidad $\vec{B} = 0{,}1\,\vec{k}$ T describe una trayectoria circular de 65 cm de diámetro.**

b) **Determina el módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico que hay que aplicar en esa región para que el ion no se desvíe.**

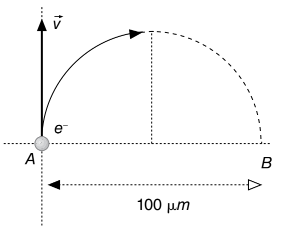
a) $|\vec{F}_m| = \frac{mv^2}{R}$; $q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow m = \frac{RqB}{v} =$

$$= \frac{32{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-9} \cdot 0{,}1}{8 \cdot 10^4} = 6{,}5 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

b) Si el ion no se desvía la fuerza neta que actúa sobre él es nula. Es decir, se cumple:

$$\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0 \Rightarrow q\,(\vec{v} \times \vec{B}) = -q\,\vec{E} \Rightarrow \vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B}) =$$
$$= -(8 \cdot 10^4\,\vec{i} \times 0{,}1\,\vec{k}) = 8 \cdot 10^3\, j\; N/C$$

21. Un electrón que se halla en el punto A de la figura tiene una velocidad $v = 1{,}141 \cdot 10^6$ m/s.



a) **Encuentra la magnitud y dirección del campo magnético que obliga al electrón a seguir la trayectoria semicircular de la figura.**

b) **Calcula el tiempo necesario para que el electrón se traslade desde A hasta B, sabiendo que la distancia recta entre ellos vale $d_{AB} = 100$ μ m.**

Datos: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

a) Como la única fuerza que actúa sobre el electrón es la que ejerce el campo magnético que es perpendicular a la velocidad. Por tanto, se trata de una fuerza centrípeta que hace que el electrón describa una trayectoria circular.

$$q \cdot v \cdot B = \frac{mv^2}{R} \; ; \; B = \frac{mv}{qR} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}141 \cdot 10^6}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-5}} = 0{,}13T$$

De la figura se deduce: $\vec{v} = 1{,}141 \cdot 10^6\,\vec{i}$; $\vec{F}_m = \frac{mv}{R}\,\vec{j}$. Por tanto, la dirección del campo será la del eje OZ en sentido positivo $\vec{B} = 0{,}13\,\vec{k}\,T$

b) $t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi R}{v} = \frac{3{,}14 \,.\cdot 5 \cdot 10^{-5}}{1{,}141 \cdot 10^6} = 1{,}37 \cdot 10^{-10}\; s$

22. Un electrón se mueve en el seno de un campo magnético uniforme $\vec{B}$ con una velocidad perpendicular a dicho campo y de valor $v = 20\,000$ km/s, describiendo un arco de circunferencia de radio $R = 0{,}5$ m.

a) **Determina el valor del campo $\vec{B}$.**

b) **Si la velocidad del electrón formara un ángulo de 45° con B.**

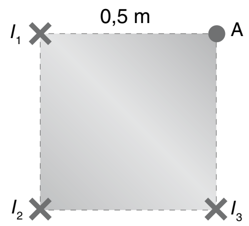
Datos: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; me $= 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

a) $qvB = \frac{mv^2}{R}$; $B = \frac{mv}{qR} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^7}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}5} = 2{,}27 \cdot 10^{-4}T$

b) $qvB \,.\, \text{sen } 45° = \frac{mv^2}{R}$; $B = \frac{mv}{qR \cdot \text{sen } 45°} = \frac{2{,}27 \cdot 10^{-4}}{0{,}7} =$
$= 3{,}25 \cdot 10^{-4}T$

Fuerzas entre corrientes paralelas

23. Tres hilos infinitos y paralelos pasan por los vértices de un cuadrado de 50 cm de lado como se indica en la figura. Las tres corrientes I_1, I_2, I_3 circulan hacia dentro del papel.



a) **Si $I_1 = I_2 = I_3 = 10$ mA, determina el campo magnético en el vértice A del cuadrado.**

b) **Si $I_1 = 0$; $I_2 = 5$mA; $I_3 = 10$mA, determina la fuerza por unidad de longitud entre los hilos recorridos por las corrientes.**

Dato: permeabilidad magnética del vacío μo $= 4\,\pi \cdot 10^{-7}$ N $\cdot$ A^{-2}

Tomamos como sistema de referencia: el origen de coordenadas en I_2 ; eje X el segmento que une I_2 con I_3; eje Y el segmento que une I_2 con I_1. El eje Z sería perpendicular al plano del papel con sentido hacia afuera.

Para hallar el campo magnético en el vértice A aplicamos el principio de superposición: $\vec{B}_T(A) = \vec{B}_1(A) + \vec{B}_2(A) + \vec{B}_3(A)$

a) Si las corrientes son iguales el campo magnético originado por I_1 e I_3 tiene el mismo módulo:

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_o I}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 0{,}5} = 4 \cdot 10^{-9}\ T$$

Aplicando la regla de la mano derecha tenemos el campo magnético, con dirección y sentido, de cada corriente:

$\vec{B}_1 = -4 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}\ T;\ \vec{B}_3 = 4 \cdot 10^{-9}\,\vec{i}\ N$

Hallamos el campo magnético creado por la corriente I_2 en el punto A.

Distancia de I_2 al punto A.

$d = \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}5^2} = 0{,}5 \cdot \sqrt{2}$

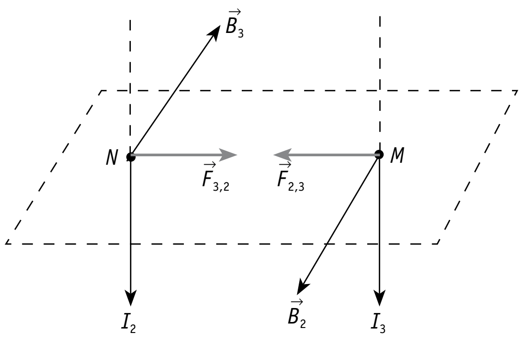
$$|\vec{B}_2| = \frac{\mu_o I_2}{2\pi d_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}5\ .\ \sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-9} T$$

$$\vec{B}_2 = |\vec{B}_2| \cos 45°\,\vec{i} - |\vec{B}_2| \operatorname{sen} 45°\,\vec{j} = |\vec{B}_2| \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{i}-\vec{j}) =$$

$$= 2 \cdot 10^{-9} \cdot (\vec{i}-\vec{j})\ T$$

Campo resultante: $\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 = 6 \cdot 10^{-9}\,(-\vec{i}) - 6 \cdot 10^{-9}\,\vec{j}$. Su módulo es $|\vec{B}_T| = 6 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-9} T$

b)



Campo magnético de I_2 en el punto M:

$$|\vec{B}_2| = \frac{\mu_o I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 0{,}5} = 2 \cdot 10^{-9} T$$

Campo magnético de I_3 en el punto N:

$$|\vec{B}_3| = \frac{\mu_o I_3}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-2}}{2\pi \cdot 0{,}5} = 4 \cdot 10^{-9} T$$

Fuerza con que se atraen los conductores: $|\vec{F}_{2,3}| = |\vec{F}_{3,2}| = I_3 l_3 B_2 = I_2 l_2 B_3$

Fuerza por unidad de longitud:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_o I_2 I_3}{2\pi d} = \frac{4 \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-5}}{2\pi \cdot 0{,}5} = 2 \cdot 10^{-11}\ N/m$$

24. Un hilo conductor rectilíneo de longitud infinita está situado en el eje Z y transporta una corriente de 20 A en el sentido positivo de dicho eje. Un segundo hilo conductor, también infinitamente largo y paralelo al anterior, corta al eje *X* en el punto de coordenada *x* = 10 cm. Determina:

***a)* La intensidad y el sentido de la corriente en el segundo hilo, sabiendo que el campo magnético resultante en el punto del eje *X* de coordenada *x* = 2 cm es nulo.**

***b)* La fuerza por unidad de longitud que actúa sobre cada conductor, explicando cuál es su dirección y sentido.**

Dato: permeabilidad magnética del vacío:

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ N \cdot A^{-2}$$

a) De acuerdo con la regla de la mano derecha ocurre que $\vec{B} + \vec{B}_1 = 0 \Rightarrow |\vec{B}| = \vec{B}_1$.

La corriente en el segundo hilo ha de ser en el sentido positivo del eje Z.

$$\frac{\mu_o I}{2\pi \cdot 8 \cdot 10^{-2}} = \frac{\mu_o \cdot 20}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow I = 80\ \text{A}$$

b) La fuerza por unidad de longitud tiene la dirección del eje X y es de atracción.

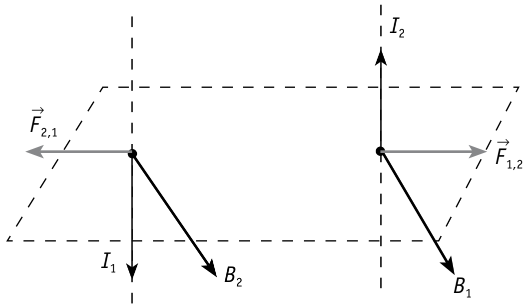
$$\frac{F}{l} = I \cdot I_1 \cdot \frac{\mu_o}{2\pi d} = \frac{20 \cdot 80 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-2}} = 3{,}2 \cdot 10^{-3}\ N/m$$

25. Dos conductores rectilíneos e indefinidos, paralelos, por los que circulan corrientes de igual intensidad, *I*, están separados una distancia de 0,12 m y se repelen con una fuerza por unidad de longitud de 6 · 10⁻⁹ N/m.

***a)* Efectúa un esquema gráfico en el que se dibuje el campo magnético, la fuerza que actúa sobre cada conductor y el sentido de la corriente en cada uno de ellos.**

***b)* Determina el valor de la intensidad de corriente *I*, que circula por cada conductor.**

Dato: permeabilidad magnética del vacío: $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ N/A^{-2}$



Para que la fuerza sea de repulsión las intensidades I_1 e I_2 han de tener sentido contrario.

$$\frac{F}{l} = I_1 \cdot I_2 \cdot \frac{\mu_o}{2\pi d} \Rightarrow 6 \cdot 10^{-9} = I^2 \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 0{,}12} \Rightarrow$$

$\Rightarrow I^2 = 36 \cdot 10^{-4}\ ;\ I = 6 \cdot 10^{-2}\ \text{A}$

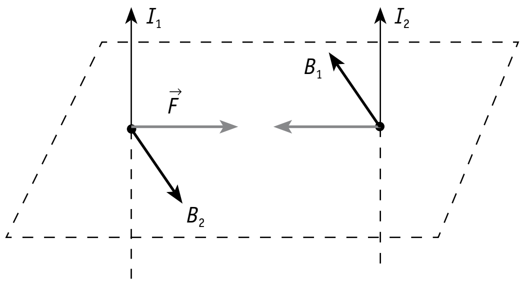
26. Por dos conductores rectilíneos, paralelos y muy largos, separados 0,2 m, circulan corrientes de la misma intensidad y sentido.

***a)* Razona qué fuerzas ejercen ambos conductores y determina el valor de la intensidad de corriente que debe**

circular por cada conductor para que la fuerza por unidad de longitud sea 2,25 · 10 $^{-6}$ N/m.

b) **Razona cómo depende dicha fuerza de la distancia de separación de los conductores y del sentido de las corrientes.**

Datos: permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}.



a) De acuerdo con la figura si las corrientes tienen el mismo sentido las fuerzas son de atracción. Si, además, $I_1 = I_2$ se cumple: $\dfrac{F}{l} = I^2 \dfrac{\mu_o}{2\pi d}$

$$I^2 = \frac{2{,}25 \cdot 10^{-6} \cdot 2\pi d}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 2{,}25;\ I = 1{,}5 \text{ A}$$

b) La fuerza por unidad de longitud es inversamente proporcional a la distancia de separación y cambia de sentido si cambia el sentido de las corrientes.

27. Dos hilos conductores largos, rectilíneos y paralelos, separados una distancia d = 9 cm, transportan la misma intensidad de corriente en sentidos opuestos. La fuerza por unidad de longitud que se ejerce entre ambos conductores es 2 · 10^{-5} N/m.

a) **Calcula la intensidad de la corriente que circula por los conductores.**

b) **Si en un punto que está en el mismo plano que los conductores y a igual distancia de ellos se lanza una partícula de carga *q* = 5 *mC* con una velocidad *v* = 100 m/s en dirección paralela a los conductores, ¿qué fuerza actuará sobre la partícula en ese instante?**

Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A $^{-1}$

a) La fuerza es de repulsión. La fuerza por unidad de longitud viene dada por $\dfrac{F}{l} = I_1 \cdot I_2 \dfrac{\mu_o}{2\pi d}$. Si $I_1 = I_2$ se cumple:

$$I^2 = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 2\pi \text{d}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 9\ ;\ I = 3 \text{ A}$$

b) En el punto medio de la distancia que separa los conductores el campo magnético vale $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \vec{B}_1$ al ser iguales las intensidades de corriente.

$$B = 2\,\frac{\text{I}\mu_o}{2\pi d} = \frac{3 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-2}} = 2{,}66 \cdot 10^{-5}\ T$$

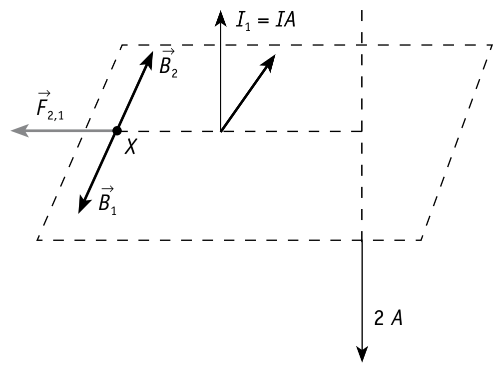
La fuerza que ejerce este campo sobre la carga móvil vale, de acuerdo con la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_m = q \cdot v \cdot B = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^2 \cdot 2{,}66 \cdot 10^{-5} = 13{,}3 \cdot 10^{-9}\ N = 1{,}33 \cdot 10^{-8}\ N$$

28. Dos hilos conductores *A* y *B*, rectilíneos, indefinidos y paralelos se encuentran situados en el vacío separados entre sí 25 cm y por ellos circulan, en sentidos opuestos, corrientes de intensidades 1 A y 2 A, respectivamente. Calcula:

a) **La fuerza magnética que experimentan 2 m del hilo *A* debida a la presencia del otro conductor, indicando su sentido.**

b) **Los puntos del plano que contiene los hilos *A* y *B* en los que el campo magnético creado por ambos hilos es nulo.**



a) $|\vec{F}_{2,1}| = I_1 \cdot \text{I}_2 \dfrac{\mu_o}{2\pi d} \cdot l = 2 \cdot \dfrac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 0{,}25} = 2 = 3{,}2 \cdot 10^{-6}$ N

Según la figura tiene dirección del eje *X* con sentido negativo:

$$\vec{F}_{2,1} = 3{,}2 \cdot 10^{-6}\, -\vec{i}\ \text{N} = -3{,}2 \cdot 10^{-6}\, -\vec{i}\ \text{N}$$

b) El punto en donde el campo resultante es cero está situado a una distancia *x* a la izquierda del conductor 1. $|\vec{B}_1| = |\vec{B}_2|$

$$\frac{\mu_o I_1}{2\pi \cdot x} = \frac{\mu_o I_2}{2\pi \cdot (0{,}25 + x)} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{0{,}25 + x}\ ;\ x = 0{,}25 \text{ m}$$

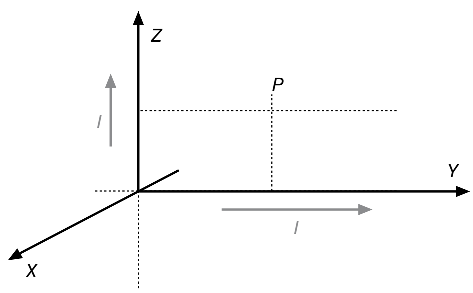
El punto en que el campo es nulo se encuentra a 0,25 m a la izquierda del conductor *A* y a 0,5 m a la izquierda del conductor *B*.

29. Por dos conductores rectilíneos e indefinidos que coinciden con los ejes *Y* y *Z* circulan corrientes de 2 A en el sentido positivo de dichos ejes (ver figura). Calcula:

a) **El campo magnético en el punto *P* de coordenadas (0, 2, 1).**

b) **La fuerza magnética sobre un electrón situado en el punto P que se mueve con velocidad $\vec{v} = 4 \cdot 10^4\, \vec{j}$ m/s.**

Datos: permeabilidad del vacío: $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *N*·*A*$^{-2}$ T m *A*$^{-2}$; carga del electrón *e* = 1,6 · 10^{-19} C.



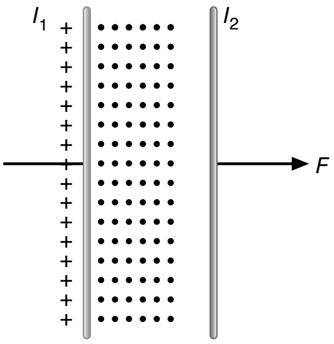
a) Aplicando la regla de la mano derecha los campos magnéticos en el punto P tienen la dirección del eje X pero tienen sentido opuesto. El campo resultante será:

$$\vec{B}_T = \vec{B}_y + \vec{B}_x = \left(\frac{\mu_o I_y}{2\pi d_1} - \frac{\mu_o I_z}{2\pi d_2}\right) \cdot \vec{i} = 2 \cdot 10^{-5}\,\vec{i}$$

b) $\vec{F} = q(\vec{v} x \vec{B}) = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (10^4\,\vec{j} x 2 \cdot 10^{-5}\,\vec{i}) =$

$= -3{,}2 \cdot 10^{-20}\,\vec{k}$

30. En la Figura se muestran dos conductores paralelos por los que circulan corrientes I1, I2. Si el campo magnético originado por I1 es el indicado en la figura, señala el sentido de I1 e I2 para que la fuerza entre los conductores sea de repulsión.



De acuerdo con la regla de la mano derecha, la corriente I_1 circula hacia abajo. Por tanto, la corriente I_2 debe circular hacia arriba para que las fuerzas sean de repulsión.

31. ¿A qué distancia entre sí deben estar dos conductores paralelos de 2 m de longitud que transportan una corriente de 10 A cada uno para que se repelan con una fuerza de 10^{-2} N?

La fuerza de repulsión entre dos conductores paralelos por los que circulan corrientes en sentido contrario viene dada por:

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\,\ell$$

de donde se deduce:

$$d = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \ell}{2\pi F} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{Tm/A} \cdot 10\ \mathrm{A} \cdot 10\ \mathrm{A} \cdot 2\ \mathrm{m}}{2\pi \cdot 10^{-2}\ \mathrm{N}} = 4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$