## Actividades

**1. El plano de una espira circular de 20 cm de diámetro está situado perpendicularmente a un campo magnético de $2 \cdot 10^{-3}$ T de inducción. ¿Cuánto vale el flujo magnético que atraviesa el plano de la espira?**

El flujo magnético viene dado por $\Phi = B \cdot S$; en este caso, $\alpha = 0$.

$$\Phi = B \cdot \pi \cdot r^2 = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-2} = 6{,}28 \cdot 10^{-5}\ \text{W}$$

**2. Calcula el flujo de un campo magnético uniforme de 5 T a través de una espira cuadrada, de 1 m de lado, cuyo vector superficie sea:**

***a)*** **Perpendicular al campo magnético.**

***b)*** **Paralelo al campo magnético.**

***c)*** **Formando un ángulo de 30° con el campo magnético.**

*a)* $\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha = 5 \cdot 1 \cdot \cos 90° = 0$

*b)* $\Phi = 5 \cdot \cos 0° = 5$ W

*c)* $\Phi = 5 \cdot \cos 30° = 4{,}3$ W

**3. Responde a las siguientes cuestiones:**

***a)*** **Define la magnitud flujo magnético. ¿Cuál es su unidad en el SI?**

***b)*** **Una espira conductora plana se sitúa en el seno de un campo magnético uniforme de inducción magnética B. ¿Para qué orientación de la espira el flujo magnético a través de ella es máximo? ¿Para qué orientación el flujo es cero? Razona la respuesta.**

De $\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha$, será máximo cuando $\cos\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 0$, cuando el plano de la espira sea perpendicular al campo magnético. Será nulo cuando el plano de la espira sea paralelo al campo magnético.

**4. Comprueba, utilizando las ecuaciones dimensionales, que la unidad de flujo magnético cumple la siguiente relación con las unidades fundamentales:**

**1 Weber = $\dfrac{1\ kg \cdot m^2}{s^2 \cdot A}$, siendo A la unidad de corriente eléctrica: amperio.**

Hallamos la ecuación dimensional de $\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha$.

$[\phi] = [B] \cdot [S] \cdot [\cos\alpha]$. La ecuación dimensional de B la obtenemos la ley de Lorenz:

$B = \dfrac{F}{vq} \Rightarrow [B] = [F] \cdot [v \cdot q]^{-1} = MLT^{-2} \cdot L^{-1}T \cdot A^{-1}T^{-1} = M \cdot A^{-1} \cdot T^{-2}$;

$[S] = L^2$ ; $[\cos\alpha] = 1$

La ecuación del flujo será $[\Phi] = M \cdot A^{-1} \cdot T^{-2} \cdot L^2$. De acuerdo con esta ecuación, su unidad en SI se puede expresar en las siguientes unidades: $\text{kg m}^2 \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{s}^2$.

**5. ¿De qué factores depende la fem inducida en un alambre que se desplaza en un campo magnético? ¿Cómo debe ser el desplazamiento para que no exista fem inducida en el alambre?**

La fuerza electromotriz inducida viene dada $V = B\,\ell\,v \text{ sen } \alpha$

Por tanto, depende de los siguientes factores:

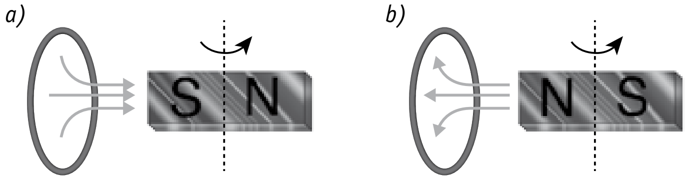
1. De la intensidad o inducción de campo magnético *(B)*
2. De la longitud del alambre *($\ell$)*
3. De la velocidad con que se desplaza el alambre en el campo magnético *(v)*
4. Del ángulo que forma la velocidad con el campo magnético ($\alpha$)

No existirá fuerza electromotriz inducida si la velocidad de desplazamiento tiene la misma dirección que el campo: $\alpha = 0$

**6. La espira de la figura tiene un radio de 5 cm. Inicialmente está sometida a un campo magnético de 0,2 T debido al imán cuyo eje es perpendicular al plano de la espira.**

***a)*** **Explica el sentido de la corriente inducida mientras gira hasta la posición final.**

***b)*** **Calcula el valor de la fem media inducida si el giro anterior se realiza en una décima de segundo.**




*a)* Inicialmente el flujo es máximo. En la cara de la espira que está enfrente del imán aparece un N. De acuerdo con la ley de Lenz la corriente en la espira gira en sentido contrario a las agujas del reloj. La corriente disminuye y se anula cuando el eje del imán es paralelo al plano de la espira. El imán ha girado 90°. A partir de este instante la corriente cambia de sentido y aumenta de intensidad hasta la posición final. En ese instante la corriente en la espira es opuesta a la que tenía inicialmente.

*b)* Aplicamos la ley de Faraday:

$$e = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Phi_f - \Phi_o}{\Delta t} = \frac{\pi r^2 \cdot (B_f - B_o)}{\Delta t} =$$

$$= \frac{3{,}14 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}4}{0{,}1} = 3{,}14 \cdot 10^{-2} V$$

**7. Por un hilo vertical indefinido circula una corriente eléctrica de intensidad *I*. Si dos espiras se mueven, una con velocidad paralela al hilo y otra con velocidad perpendicular, respectivamente, ¿se inducirá corriente eléctrica en alguna de ellas? Razona la respuesta.**

Suponemos que es el plano de la espira el que se mueve respecto al conductor.

*a)* Si la espira se mueve en el plano *XY* perpendicular al conductor (eje *Z*) no se origina corriente en la espira porque el campo magnético originado por la corriente del hilo es paralelo al plano *XY*. Por tanto, no hay variación de flujo.

*b)* Si la espira se nueve en el plano *ZY* paralelo al eje del conductor, el campo magnético es perpendicular al plano de la espira, el flujo es máximo y va variando con el desplazamiento de la espira. En este caso hay corriente inducida en la espira.

**8. Responde a las siguientes cuestiones:**

*a)* **Enuncia y comenta la ley de Faraday sobre la inducción electromagnética con la ayuda de la descripción de algún experimento sencillo. Comenta además alguna de sus aplicaciones.**

*b)* **Una espira circular gira en un campo magnético uniforme. Razona si se induce fem en la espira si:**

- **El campo magnético es paralelo al eje de rotación.**
- **El campo magnético es perpendicular.**

Existe fuerza electromotriz inducida en el caso de que el campo magnético sea perpendicular a la espira.

**9. ¿Qué ventajas e inconvenientes, ecológicamente hablando, tiene una central hidroeléctrica?**

Respuesta abierta.

**10. Establece un paralelismo entre las centrales térmicas y las nucleares.**

Respuesta abierta.

## Ciencia, tecnología y sociedad

**1. ¿Qué diferencias existen entre un acelerador lineal y u acelerador angular de partículas?**

Un acelerador lineal emplea campos eléctricos. Un acelerador angular emplea campos eléctricos y campos magnéticos combinados. En un acelerador lineal las partículas se desplazan siguiendo una trayectoria rectilínea. En un acelerador angular la trayectoria es una línea curva.

**2. ¿Dónde está ubicado el colisionador más potente del mundo?**

Pertenece al CERN (Consejo Europeo de Investigación Nuclear) y está ubicado en Ginebra (Suiza).

**3. Cita alguna aplicación de los aceleradores lineales.**

Medicina: radioterapia.

**4. ¿En qué se diferencia un colisionador de un acelerador normal?**

Un colisionador acelera partículas dirigidas en sentido contrario para que colisionen entre sí.

**5. Cuando un electrón es acelerado: *a)* gana energía; *b)* pierde energía; *c)* gana y pierde energía. Indica en tu cuaderno la respuesta correcta y razónala.**

*a)* Gana energía si se acelera linealmente. El electrón aumenta la velocidad y, por tanto, su energía cinética hasta alcanzar velocidades próximas a la velocidad de la luz.

*c)* Gana y pierde energía si la aceleración se hace con un acelerador angular. Las partículas eléctricas que se mueven a alta velocidad según una trayectoria curva emiten energía electromagnética: radiación sincrotrón.

## Problemas propuestos

### Inducción electromagnética. Leyes de Faraday

**1. Resuelve las siguientes actividades:**

*a)* **Enuncia las leyes que rigen el fenómeno de la inducción electromagnética.**

*b)* **El flujo magnético que atraviesa una espira varía con el tiempo de acuerdo con la expresión: $\Phi = 10 \cdot t^3 - 4 \cdot t^2 + t$ (SI). Deduce el valor de la fem inducida en $t = 2$ s.**

$$e = \frac{d\Phi}{dt} = -(30 \cdot t^2 - 8t + 1) \text{ ; para } t = 2\text{s: } e_2 =$$

$$= -(120 - 16 + 1) = -105\text{V}$$

**2. Una bobina cuadrada y plana de 25 cm² de superficie, construida con 5 espiras, está en el plano *XY*.**

*a)* **Enuncia la ley de Faraday-Lenz.**

*b)* **Calcula la fuerza electromotriz inducida si se modifica un campo magnético en dirección al eje *Z*, pasando de 0,5 T a 0,2 T en 0,1 s.**

*c)* **Calcula la fem media inducida si el campo permanece constante, *B* = 0,5 T, y la bobina gira hasta colocarse en el plano *XZ* en 0,1 s.**

*a)* Consultar libro de texto.

*b)* $$e = \frac{N\Delta\Phi}{\Delta t} = NS\frac{\Delta B}{\Delta t} = NS\frac{(B_2 - B_1)}{\Delta t} = \frac{5 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}3}{0{,}1} = 3{,}75 \cdot 10^{-2}V$$

*c)* $$e = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = NS\frac{B_1 - B_2}{\Delta t} = \frac{5 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}5}{0{,}1} = 6{,}25 \cdot 10^{-2}\text{ V}$$

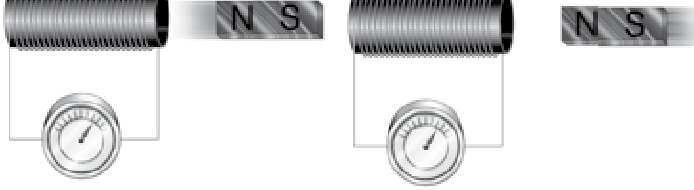
**3. El plano de una espira coincide con el plano *xy*. Calcula el flujo a través de ella si el campo magnético vale:**

$$\vec{B} = 0{,}2\,\vec{u}_x + 0{,}01\,\vec{u}_y \text{ T}$$

Si el plano de la espira coincide con el plano *xy*, el vector superficie se puede expresar $\vec{S} = S\vec{u}_z$ y el flujo será:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = (0{,}2\,\vec{u}_x + 0{,}01\,\vec{u}_y)\, S\vec{u}_z = 0$$

**4. Dibuja el sentido de la corriente inducida en las bobinas de la figura.**




En el primer caso, la corriente circula de manera que llega por la derecha al galvanómetro. En el segundo caso, la corriente circula en sentido contrario.

**5. Una bobina de 100 espiras de 10 cm² cada una gira a 360 rpm alrededor de un eje situado en su plano perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,020 T. Calcula:**

***a)*** **El flujo máximo que atraviesa la bobina.**

***b)*** **La fem media inducida en la bobina.**

*a)* El flujo máximo que atraviesa la bobina es:

$\phi = BS = 0{,}020\ \text{T} \cdot 10 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 = 2 \cdot 10^{-5}\ \text{Wb}$

Este flujo pasa de su valor máximo a valor nulo en un cuarto de periodo.

$$t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4\omega} = \frac{1}{24}\ \text{s}$$

siendo: $\omega = \dfrac{360\ \text{rpm} \cdot 2\pi}{60\ \text{s}} = 12\pi\ \text{rad/s}$

*b)* La fem media inducida será:

$$e = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{100 \cdot (0 - 2 \cdot 10^{-5}\ \text{W}b)}{\dfrac{1}{24}\ \text{s}} = 0{,}048\ \text{V}$$

**6. Una espira circular de 5 cm de radio, inicialmente horizontal, gira a 60 rpm en torno a uno de sus diámetros en un campo magnético vertical de 0,2 T.**

***a)*** **Dibuja en una gráfica el flujo magnético a través de la espira en función del tiempo entre los instantes *t* = 0 s y *T* = 2 s e indica el valor máximo de dicho flujo.**

***b)*** **Escribe la expresión de la fem inducida en la espira en función del tiempo e indica su valor en el instante *t* = 1 s.**

En un cuarto de período el flujo pasa del valor máximo a cero:

$\Phi = S \cdot B \cdot \pi r^2 \cdot B \cdot \cos\alpha = \pi r^2 B \cdot \cos\omega t$, siendo

$\omega = \dfrac{60 \cdot 2\pi}{60} = 2\pi$ rad/s y $\Phi = SB \cdot \cos\omega t$;

$\Phi = 3{,}14 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}2 \cdot \cos 2\pi t = 1{,}57 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 2\pi t$

*a)* Para $t = 0$ $\Phi_o = 1{,}57 \cdot 10^{-3} \cos 2\pi \cdot 0 = 1{,}57 \cdot 10^{-3}$ W

Para $t = 2$ $\Phi_o = 1{,}57 \cdot 10^{-3} \cos 4\pi = 1{,}57 \cdot 10^{-3}$ W

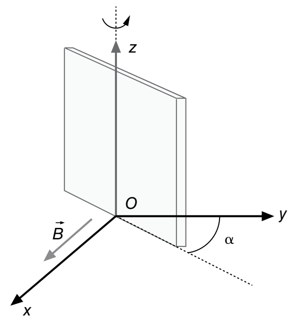
*b)* Fuerza electromotriz

*c)* $e = \dfrac{d\Phi}{dt} = SB\omega \cdot \text{sen}\,\omega t$ ; Para $t = 0$

$e_o = 1{,}57 \cdot 10^{-3} \cdot \text{sen}\,2\pi r \cdot 0 = 0$

## Fuerza electromotriz inducida en una espira

**7. Una espira cuadrada de 1,5 Ω de resistencia está inmersa en un campo magnético uniforme *B* = 0,03 T dirigido según el sentido positivo del eje *X*. La espira tiene 2 cm de lado y forma un ángulo α variable con el plano *YZ* como se muestra en la figura.**




***a)*** **Si se hace girar la espira alrededor del eje *Z* con una frecuencia de rotación de 60 Hz, siendo α = π/2 en el instante *t* = 0, obtén la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.**

***b)*** **¿Cuál debe ser la velocidad angular de la espira para que la corriente máxima que circule por ella sea 2 mA?**

*a)* $\Phi = BS \cdot \cos(\omega t + \alpha) = 0{,}03 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot \cos\left(2\pi f + \dfrac{\pi}{2}\right) =$

$= 1{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot \cos(120\pi \cdot t + \pi/2)$

$e = \dfrac{d\Phi}{dt} = -BS\omega \cdot \text{sen}(\omega t + \alpha) = -4{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot$

$\cdot\ \text{sen}(120\pi \cdot t + \pi/2)$

*b)* Fuerza electromotriz máxima $|e_m| = BS\omega$

$$\omega = \frac{em}{BS} = \frac{I_m R}{BS} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}5}{3 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = \frac{1}{4} = 250\ \text{rad/s}$$

**8. Sea un campo magnético uniforme B dirigido en el sentido positivo del eje *Z*. El campo solo es distinto de cero en una región cilíndrica de radio 10 cm cuyo eje es el eje *Z* y aumenta en los puntos de esta región a un ritmo de $10^{-3}$ T/s.**

**Calcula la fuerza electromotriz inducida en una espira situada en plano XY y realiza un esquema gráfico indicando el sentido de la corriente inducida en los dos casos siguientes:**

***a)*** **Espira circular de 5 cm de radio centrada en el origen de coordenadas.**

***b)*** **Espira cuadrada de 30 cm de lado centrada en el origen de coordenadas.**

*a)* $e = S\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \pi r^2 \dfrac{10^{-3}\ T}{1s} = 7{,}85 \cdot 10^{-6}$ V, sentido horario de la corriente inducida

*b)* Solamente hay variación de flujo en la superficie de espira contenida en el círculo de radio 1 cm (base del cilindro donde B ≠ 0). Por tanto,

$e = S\dfrac{\Delta B}{\Delta t} = \pi r^2 \dfrac{10^{-3}\ T}{1s} = 3{,}14 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-3} = 3{,}14 \cdot 10^{-7}$ V, sentido horario de la corriente inducida.

**9. En el plano *XY* se tiene una espira circular de radio *a* = 2 cm. Simultáneamente se tiene un campo magnético uniforme cuya dirección forma un ángulo de 30° con el semieje *Z* positivo y cuya intensidad es *B* = 3 $t^2$ T, donde t es el tiempo, expresado en segundos.**

***a)*** **Calcula el flujo del campo magnético en la espira, y su valor en *t* = 2 s.**

***b)*** **Calcula la fuerza electromotriz inducida en la espira en *t* = 2 s.**

***c)*** **Indica, mediante un dibujo, el sentido de la corriente inducida en la espira. Razona la respuesta.**

*a)* $\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha = 3t^2 \cdot \pi r^2 \cdot \cos 30°$

Para $t = 2$ s ; $\Phi_2 = 3 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}866 = 1{,}3 \cdot 10^{-2}$ W

*b)* $e = \dfrac{d\Phi}{dt} = 6t \cdot \pi r^2 \cdot \cos 30° = 12 \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot$

$\cdot\ 0{,}866 = 1{,}3 \cdot 10^{-2}$ V

**10. Una bobina circular de 4 cm de radio y 30 vueltas se sitúa en un campo magnético dirigido perpendicularmente al plano de la bobina cuyo módulo en función del tiempo es $B(t)$ = = 0,01 $t$ + 0,04 $t^2$, donde $t$ está en segundos y $B$ en teslas.**

**Determina:**

***a)* El flujo magnético en la bobina en función del tiempo.**

***b)* La fuerza electromotriz inducida en el instante $t$ = 5,00 s.**

*a)* $\Phi = NBS = 30 \cdot \pi r^2 \cdot (4t^2 + t) \cdot 10^{-2} = 30 \cdot 2{,}14 \cdot 16 \cdot 10^{-6} \cdot$

$\cdot\ (4t^2 + t) = 1{,}51 \cdot 10^{-3} \cdot (4t^2 + t)$

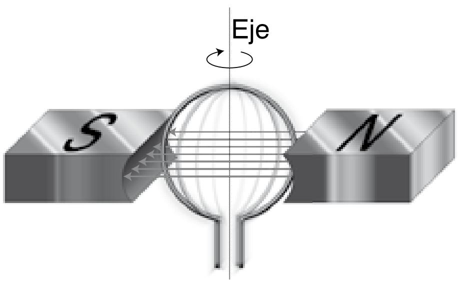
$$|e| = N\,\frac{d\Phi}{dt} = 1{,}51 \cdot 10^{-3} \cdot (8t + 1) = 6{,}18 \cdot 10^{2}\ \text{V}$$

**11. Una bobina de 400 espiras y $r$ = 10 cm de radio está situada con su plano perpendicular a un campo magnético uniforme $B$ = 0,8 T. Calcula la fem media inducida en la bobina si el campo se anula en 0,2 s.**

Aplicamos la Ley de Faraday:

$$e = -N\,\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -NS\,\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{-400 \cdot \pi \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2 \cdot (0 - 0{,}8\ \text{T})}{0{,}2\ \text{s}} = 50{,}2\ \text{V}$$

**12. Una espira de 50,0 cm² gira alrededor de un eje de su plano con una velocidad de 100 rad/s dentro de un campo magnético de 0,50 T. Calcula la máxima fem inducida en la espira, si para $t$ = 0 el flujo es máximo (ver figura).**




De la Ley de Faraday se deduce:

$$e = -\frac{\Delta(BS)}{\Delta t} = -\frac{S\,(B_1 - B_0)}{\frac{T}{4}} = \frac{4SB_0}{T} =$$

$$= \frac{4 \cdot 50 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 \cdot 0{,}5\ \text{T}}{0{,}02\ \text{s}} = 0{,}159\ \text{V}$$

**13. Una bobina de 100 espiras tarda 0,05 s en pasar de un punto en donde el flujo magnético vale 2,0 · 10⁻⁵ Wb a un punto de flujo nulo. Halla la fem media inducida.**

La fem inducida viene determinada por la Ley de Faraday.

$$e = -N\,\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -100{,}0 \cdot \frac{(0 - 2{,}0 \cdot 10^{-5})\ \text{Wb}}{0{,}05\ \text{s}} = 0{,}04\ \text{V}$$

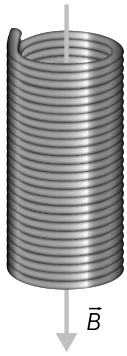
**14. Una bobina de 300 espiras circulares de 5 cm de radio se halla inmersa en un campo magnético uniforme $B$ = 0,08 T con la dirección del eje de la bobina como se indica en la figura. Determina la fuerza electromotriz inducida y el sentido de la corriente inducida, en $\Delta t$ = 0,05 s, si:**

***a)* El campo magnético se anula.**

***b)* La bobina gira 90° en torno a un eje perpendicular al campo.**

***c)* La bobina gira 90° en torno a un eje paralelo al campo.**

**d) El campo invierte su sentido.**




$$\Phi = B \cdot S = 0{,}08 \cdot 3{,}14 \cdot 25\ 10^{-4} = 6{,}28 \cdot 10^{-4}\ \text{W}$$

*a)* $e = \dfrac{300 \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4}}{0{,}05} = 3{,}76\ \text{V}$

*b)* $\Phi = B \cdot S \cdot \cos 90° = 0\ \text{W}$ ; $e = N\,\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t} = 3{,}76\ \text{V}$

*c)* $\Phi_o = B \cdot S$ ; $\Phi_f = B \cdot S \cdot \cos 0° = B \cdot S$ ; $\Delta\phi = 0$ ; $e = 0\ \text{V}$

*d)* $\Delta\Phi = B \cdot S - (-B \cdot S) = 2B \cdot S$ ; $e = \dfrac{300 \cdot 2B \cdot S}{0{,}05} = 7{,}54\ \text{V}$

Sentido de la corriente inducida: sentido horario.

**15. Una espira circular de 10 cm de radio, situada inicialmente en el plano $XY$, gira a 50 rpm en torno a uno de sus diámetros bajo la presencia de un campo magnético $\vec{B}$ = 0,3 $\vec{k}$ T.**

**Determina:**

***a)* El flujo magnético que atraviesa la espira en el instante $t$ = 2 s.**

***b)* La expresión matemática de la fem inducida en la espira en función del tiempo.**

*a)* $\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha = B \cdot S \cdot \cos(\omega t + \varphi_o) = B \cdot S \cdot \cos\omega t$ ya que $\varphi_o = 0$ para $t = 0$. El plano de la espira coincide con el plano $XY$.

$\Phi = 3\pi \cdot 10^{-3} \cdot \cos\dfrac{5\pi}{3}\,t$. Para $t = 2$ $\Phi_2 = 0{,}3 \cdot \pi \cdot$

$\cdot\ 10^{-2} \cos\dfrac{5\pi}{3} \cdot 2 = -4{,}7 \cdot 10^{-3}\ \text{W}$

*b)* $e = -\dfrac{d\Phi}{dt} = B \cdot S \cdot \omega \cdot \operatorname{sen}\omega t = 4{,}9 \cdot 10^{-2}\ \operatorname{sen}\dfrac{5\pi}{3}\,t$

**16. Un solenoide de 200 vueltas y de sección circular de diámetro 8,0 cm está situado en un campo magnético uniforme de valor 0,50 T cuya dirección forma un ángulo de 60º con el eje del solenoide. Si en un tiempo de 100 ms disminuye el valor del campo magnético uniformemente a cero, determina:**

***a)* El flujo magnético que atraviesa inicialmente el solenoide.**

***b)* La fuerza electromotriz inducida en dicho solenoide.**

*a)* El flujo magnético que atraviesa el solenoide viene determinado por:

$\phi = BS\cos\theta = 0{,}5\,T \cdot \pi\,(4 \cdot 10^{-2})2\ \text{m}^2 \cdot 0{,}5 =$

$= 1{,}3 \cdot 10^{-3}$ Wb

*b)* La fem inducida es:

$$e = -N\frac{d\phi}{dt} = -N\frac{\Delta(BS\cos\theta)}{\Delta t} = -NS\cos\theta\,\frac{\Delta B}{\Delta t} =$$

$$= -200\ \text{esp.} \cdot \pi\,(4 \cdot 10^{-2})^2\ \text{m}^2/\text{esp} \cdot 0{,}5 \cdot \frac{(0 - 0{,}5\ \text{T})}{0{,}1\ \text{s}} = 2{,}5\ \text{V}$$

**17. Una espira de 10 cm de radio se coloca en un campo magnético uniforme de 0,4 T y se le hace girar con una frecuencia de 20 Hz. En el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al campo:**

***a)* Escribe la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo y determina el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida.**

***b)* Explica cómo cambiarían los valores máximos del flujo magnético y de la fem inducida si se duplicase el radio de la espira. ¿Y si se duplicara la frecuencia de giro?**

*a)* Expresión general del flujo: $\Phi = B \cdot S \cdot \cos(\omega t + \varphi_o)$. Para $t = 0$ el ánulo $\varphi_o$ vale cero, ya que el plano de la espira es perpendicular al campo magnético. Por tanto, los vectores $\vec{S}$ y $\vec{B}$ tienen la misma dirección.

$\Phi = B \cdot S \cdot \cos 2\pi ft = 1{,}25 \cdot 10^{-2} \cdot \cos 40\pi t$. Fuerza electromotriz inducida:

$e = -\dfrac{d\Phi}{dt} = B \cdot S \cdot \omega \cdot \text{sen}\,\omega t$. Valor máximo:

$e_m = B \cdot S \cdot \omega = 0{,}4 \cdot \pi \cdot 10^{-2} \cdot 40\pi = 0{,}16 \cdot \pi^2\text{V}$

*b)* Si se duplica el radio $\Phi_2 = 4\,\Phi_1$. El flujo máximo no depende de la frecuencia.

Fuerza electromotriz: $e_2 = 4e_1$ si se duplica el radio. $e_2 = 2e_1$ si se duplica la frecuencia.

**18. Una espira circular de 2 cm de radio se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme *B* = 3,6 T paralelo al eje *Z*. Inicialmente la espira se encuentra contenida en el plano *XY*. En el instante *t* = 0 la espira empieza a rotar en torno a un eje diametral con una velocidad angular constante ω = 6 rad/s.**

***a)* Si la resistencia total de la espira es de 3 Ω, determina la máxima corriente eléctrica inducida en la espira e indica para qué orientación de la espira se alcanza.**

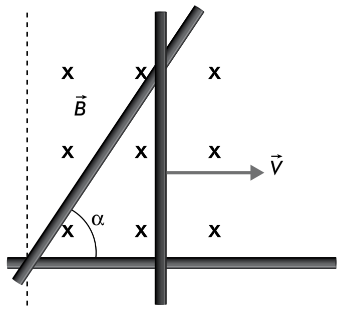
***b)* Obtén el valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira en el instante *t* = 3 s.**

*a)* $\Phi = B \cdot S \cdot \cos\omega t\ ;\ e = -\dfrac{d\Phi}{dt} = B \cdot S \cdot \text{sen}\,\omega t\ ;\ e_m = B \cdot S \cdot \omega.$

$$I_m = \frac{e_m}{R} = \frac{B \cdot S \cdot \omega}{R} = \frac{3{,}6 \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 6}{3} = 9 \cdot 10^{-3}\ \text{A}$$

*b)* $e_3 = 3{,}6 \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot \text{sen}\,18\text{rad} = -2{,}04 \cdot 10^{-2}$ V

**19. Se tiene el circuito de la figura en forma de triángulo rectángulo, formado por una barra conductora vertical que se desliza horizontalmente hacia la derecha con velocidad constante v = 2,3 m/s sobre dos barras conductoras fijas que forman un ángulo α = 45°.**




**Perpendicular al plano del circuito hay un campo magnético uniforme y constante *B* = 0,5 T cuyo sentido es entrante en el plano del papel. Si en el instante inicial *t* = 0 la barra se encuentra en el vértice izquierdo del circuito:**

***a)* Calcula la fuerza electromotriz inducida en el circuito en el instante de tiempo *t* = 15 s.**

***b)* Calcula la corriente eléctrica que circula por el circuito en el instante *t* = 15 s, si la resistencia eléctrica total del circuito en ese instante es 5 Ω. Indica el sentido en el que circula la corriente eléctrica.**

Hallamos la superficie del triángulo formado por las barras:

$$S = \frac{1}{2}x \cdot h = \frac{1}{2}x \cdot x \cdot \text{tag}\,45° = \frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}v^2t^2\ ;$$

$$\Phi = S \cdot B = \frac{1}{2}v^2t^2B$$

*a)* $e = -\dfrac{d\Phi}{dt} = -\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{1}{2}v^2t^2B\right) = -v^2tB = -2{,}3^2 \cdot 15 \cdot 0{,}5 =$
$= -39{,}68$ V

*b)* $I = \dfrac{e}{R} = \dfrac{-39{,}68}{5} = -7{,}94$ A, en sentido antihorario

**20. Un electrón se lanza con una velocidad $\vec{v} = 5 \cdot 10^6\,\vec{i}$ m/s entre las placas de un condensador plano vacío cargado, cuyas placas son planos al plano *XY,* que produce un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = 1 \cdot 10^2\,\vec{j}$ NC$^{-1}$ (ver figura).**

**Las placas tienen una anchura *L* = 10 cm. Si el electrón entra de forma que su distancia a cada una de las placas es *d* = 1 cm, encuentra, suponiendo despreciable la fuerza gravitatoria:**

***a)* La fuerza $\vec{F}$ y la aceleración $\vec{a}$ que actúan sobre el electrón.**

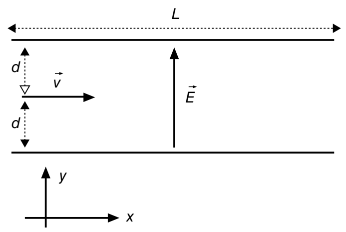
***b)* El vector inducción magnética $\vec{B}$ necesario para que el electrón no desvíe su trayectoria.**

***c)* El vector velocidad del electrón a la salida del condensador, en las circunstancias del apartado *b)*.**

***d)* Supón que ahora se descarga el condensador, de modo que se anula el campo eléctrico y solo tiene la inducción magnética hallada en el apartado *b)*. Calcula el radio de giro de la trayectoria del electrón.**

**Datos: masa del electrón m = 9,11 · 10$^{-31}$ kg. Valor absoluto de la carga del electrón:**

**$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C**




*a)* $\vec{F} = q\vec{E} = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\vec{j} = -1{,}6 \cdot 10^{-17}\,\vec{j}\ N$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-1{,}6 \cdot 10^{-17}\,\vec{j}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}} = -1{,}75 \cdot 10^{13}\,\vec{j}\ \text{m/s}^2$$

*b)* $\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0\ ;\ q \cdot \vec{v} x \vec{B} = -q \cdot \vec{E}\ ;\ \vec{B} = \dfrac{-10^2\,\vec{j}}{5 \cdot 10^6\,\vec{i}} = 2 \cdot 10^{-5}\ \vec{k}\ T$

*c)* Si la fuerza neta es cero, el electrón de mueve con velocidad constante:

$\vec{v} = 5 \cdot 10^6\,\vec{i}$ m/s

*d)* La fuerza magnética es perpendicular a la velocidad y hace que el electrón describa una trayectoria circular. La fuerza centrípeta es igual a la fuerza magnética.

$$m = \frac{v^2}{R} = qvB\ ;\ R = \frac{mv}{qB} = \frac{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 5 \cdot 10^6}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-5}} = 1{,}42\ \text{m}$$

**21. Un campo magnético uniforme y constante de 0,01 T está dirigido a lo largo del eje *Oz*. Una espira circular se encuentra situada en el plano *xy*, centrada en el origen, y tiene un radio que varía en el tiempo según la función $r = 0{,}1 - 10\,t$ (en unidades del SI). Determina:**

***a)* La expresión del flujo magnético a través de la espira.**

***b)* En qué instante de tiempo la fem inducida en la espira es 0,01 V.**

*a)* El flujo magnético a través de una espira viene dado por $\phi = BS \cos \alpha$. Si la espira se encuentra en el plano *xy* y el campo magnético está dirigido a lo largo del eje *Oz*, quiere decir, que el campo es paralelo a la normal de la espira. Por tanto, $\cos \alpha = 1$, y el flujo será máximo.

$\phi = BS = 0{,}01\ \text{T} \cdot \pi\ (0{,}1 - 10t)^2\ \text{m}^2 =$

$= 3{,}14 \cdot 10^{-4} - 6{,}28 \cdot 10^{-2}\,t + 3{,}14\,t^2$ Wb

*b)* La fem inducida en cualquier instante viene dada por la derivada del flujo:

$$e = \frac{d\phi}{dt} = 6{,}28\,t - 6{,}28 \cdot 10^{-2}\ \text{V}$$

Para determinar el instante en que esta fem toma el valor de 0,01 V, resolvemos la ecuación $|6{,}28\,t - 6{,}28 \cdot 10^{-2}| = 0{,}01$

$$t = \frac{0{,}0628 - 0{,}01}{6{,}28} = 0{,}008\ \text{s}$$

**22. Una espira circular de 2 cm de radio se encuentra en un campo magnético uniforme de dirección normal al plano de la espira y de intensidad variable en el tiempo $B = 3\,t^2 + 4$ (SI):**

***a)* Deduce la expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo.**

***b)* Representa gráficamente la fem inducida en función del tiempo y calcula su valor para $t = 2$ s.**

*a)* Partimos de la expresión de la variación de flujo para, integrando, hallar el flujo en función del tiempo:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d\,(BS\cos\theta)}{dt} = S\cos\theta\,\frac{dB}{dt} =$$

$= (2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot \pi \cdot \cos 2\pi \cdot 6\,t = 12\,\pi \cdot 10^{-4}\,t^2 +$ cte.

Integrando resulta:

$\phi = 4\,\pi\ (3\,t^2) \cdot 10^{-4} +$ cte. Wb

Para hallar la constante de integración, suponemos el cálculo en el instante $t = 0$ s. Si se cumple esa condición, $B = 4$ T. Sustituyendo $t = 0$ s en la expresión del flujo,

$\phi_{t=0\,s} = B_{t=0\,s} S \cos\theta = 4\,\pi\ (2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot \cos 2\,\pi =$
$= 16\,\pi \cdot 10^{-4}$ Wb

$\phi_{t=0\,s} = 4\,\pi\ (3 \cdot 0^2) \cdot 10^{-4} +$ cte. Wb

cte. $= 16 \cdot 10^{-4}$ Wb

Así, la expresión final del flujo es:

$\phi = 4\,\pi\ (3\,t^2 + 4) \cdot 10^{-4}$ Wb

*b)* Para representar la fem inducida en función del tiempo partimos de la expresión:

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\Delta\,(BS\cos\theta)}{\Delta t} = -S\cos\theta\,\frac{\Delta B}{\Delta t} =$$

$= -\pi\ (2 \cdot 10^{-2})^2\ \text{m}^2 \cdot \cos 0^\circ \cdot 6\,t = -24\,\pi \cdot 10^{-4}\,t$ V,

que corresponde a una recta.

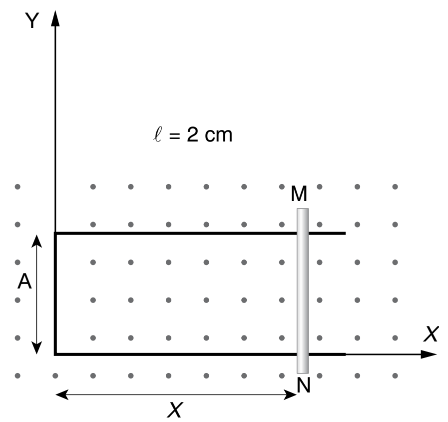
Para $t = 2$ s, el valor de la fem es:

$e = -48\,\pi \cdot 10^{-4}\ \text{V} = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ V

**23. Sobre un hilo conductor de resistencia despreciable, que tiene la forma que se indica en la figura, se puede deslizar una varilla *MN* de resistencia $R = 10\ \Omega$ en presencia de un campo magnético uniforme, $\vec{B}$ de valor 50 mT, perpendicularmente al plano del circuito. La varilla oscila en la dirección del eje *Ox* de acuerdo con la expresión $x = x_0 + A$ sen $(\omega t)$, siendo $x_0 = 10$ cm, $A = 5$ cm y el periodo de oscilación 10 s.**

***a)* Calcula en función del tiempo el flujo magnético que atraviesa el circuito.**

***b)* Calcula en función del tiempo la corriente en el circuito.**



*a)* El flujo magnético que atraviesa el plano de la figura viene dado por:

$\phi = BS = B\ell x = B\ell\,(x_0 + A \text{ sen } \omega t) = B\ell x_0 + B\ell A \text{ sen } \omega t =$

$= 5 \cdot 10^{-4}\ \text{T} \cdot 2 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \cdot (10^{-1}\ \text{m} + 5 \cdot 10^{-2} \text{ sen } \omega t) =$

$= \left[1 + 0{,}5 \text{ sen}\left(\frac{\pi}{5}\,t\right)\right] \cdot 10^{-6}\ \text{Wb}$

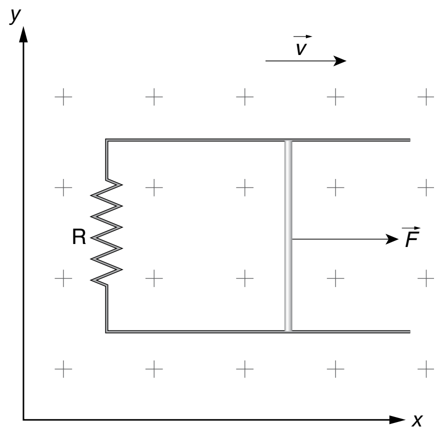
*b)* La fem que se induce en el circuito viene dada por la derivada de la función anterior:

$$e = \frac{d\phi}{dt} = 10^{-6} \cdot 0{,}5 \cdot \frac{\pi}{5} \cdot \cos\frac{\pi}{5}\,t = 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cos\frac{\pi}{5}\,t\,\text{V}$$

La intensidad de la corriente viene dada por la Ley de Ohm.

$$I = \frac{e}{R} = \frac{3{,}14 \cdot 10^{-7} \cos\frac{\pi}{5}\,t}{10} = 3{,}14 \cdot 10^{-8} \cos\left(\frac{\pi}{5}\,\text{t}\right)\ \text{A}$$

**24. Un circuito situado en el plano *xy* consta de un conductor recto de 0,1 m de longitud que se desliza a lo largo de unos raíles conductores paralelos fijos (ver figura). La parte fija del circuito tiene una resistencia de 5 Ω. El circuito está sometido a la acción de un campo magnético $\vec{B} = -0{,}6\,\vec{u}_x$ T. Desplazamos el conductor hacia la derecha con velocidad $\vec{v} = 20\,\vec{u}_x$ m/s. Halla la fem inducida y la intensidad de la corriente inducida.**




Por efecto del movimiento del conductor recto hacia la derecha se origina una fuerza magnética; esta produce una corriente eléctrica inducida. Al modificarse el área del circuito, el flujo magnético varía y se produce una fem inducida.

El flujo en cada instante es $\phi_m = Blx$.

Obtenemos la fem inducida a partir de la Ley de Faraday:

$$e = -\frac{d\phi_m}{dt} = -Bl\,\frac{dx}{dt} = -Blv$$

expresión que, aplicada a nuestro problema toma la forma:

$e = -0{,}6\ \text{T} \cdot 0{,}1\ \text{m} \cdot 20\ \text{m/s} = -1{,}2\ \text{V}$

La intensidad de la corriente viene determinada mediante la Ley de Ohm.

$$I = \frac{|e|}{R} = \frac{1{,}2\ \text{V}}{5\ \Omega} = 0{,}24\ \text{A}$$

## Transformación de la corriente alterna

**25. La corriente producida en una central eléctrica se lleva al primario de un transformador y la corriente que sale del secundario se conduce, a través de la línea transmisora, hasta la estación eléctrica de un centro de consumo. Este transformador ¿deberá actuar como reductor o como elevador de tensión? Justifica la respuesta.**

**De conformidad con la contestación dada, ¿en qué arrollamiento del transformador debe haber más espiras? Justifica la respuesta.**

La corriente que envía la central a través de la línea transmisora debe ser de alta tensión, para que se pierda el mínimo de energía en la transmisión.

Por tanto, el transformador a la salida de la central debe ser elevador de tensión. Para hallar la relación del número de espiras entre primario y secundario aplicamos la relación $\frac{e_s}{e_p} = \frac{N_s}{N_p}$. En este caso si $e_s > e_p$ se cumple $N_s > N_p$. Por tanto, el secundario debe tener mayor número de espiras.

**26. Halla el número de espiras que debe tener el primario de un transformador sabiendo que la tensión en la entrada es de 3 000 V y la tensión en la salida vale 125 V. El secundario está formado por 50 espiras.**

Aplicamos la relación de transformación: $\frac{e_s}{e_p} = \frac{N_s}{N_p}$

$$N_p = \frac{e_p N_s}{e_s} = \frac{3000 \cdot 50}{125} = 1200 \text{ espiras}$$