Actividades

1. Explica mediante un ejemplo el transporte de energía en una onda. ¿Existe un transporte efectivo de masa? Razona la respuesta.

Respuesta abierta.

2. ¿El movimiento de una onda es uniforme o uniformemente acelerado? Razona la respuesta.

El movimiento de una onda es uniforme, porque al no existir masa que se mueva, no hay posibilidad de aceleración.

3. Una onda armónica transversal viaja por una cuerda con una velocidad de propagación v = 12 cm/s, una amplitud A = 1 cm y una longitud de onda λ = 6 cm. Determina la frecuencia y el número de onda.

La onda se propaga con movimiento rectilíneo y uniforme. No hay movimiento de materia. Aplicamos la ecuación del MRU.

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f} \Rightarrow f = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{12}{6} = 2 \text{ Hz} \ ; \ k = \frac{2\pi}{\lambda} = 105 \text{ rad/m}$$

4. Una onda transversal se propaga por un medio elástico con una velocidad v, una amplitud A_0 y una frecuencia f_0. Contesta razonadamente a las siguientes cuestiones:

***a)* Determina en qué proporción cambiarían la longitud de onda, la velocidad de propagación, el periodo y la amplitud si se actúa sobre el centro emisor de ondas reduciendo a la mitad la frecuencia de oscilación.**

***b)* Sin alterar su frecuencia f_0, se modifica la amplitud de la onda haciendo que aumente al doble. ¿En qué proporción cambiarían la velocidad de la onda, la velocidad máxima de las partículas del medio y la longitud de onda?**

a) La longitud de onda se duplica, la velocidad no varía, el periodo se duplica y la amplitud no varía.

En efecto: Si $f_1 = \frac{f_o}{2}$ y las demás magnitudes no varían se cumple:

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{f_1} \ ; \ \lambda_o = \frac{v_o}{f_0} \ ; \ \frac{\lambda_1}{\lambda_o} = \frac{v_1 f_o}{v_o f_1} = 2 \ ; \ \lambda_1 = 2\lambda_o \ ; \ \frac{T_1}{T_o} = \frac{f_o}{f_1} =$$

$$= 2 \Rightarrow T_1 = 2T_o$$

b) La velocidad de la onda no varía, la velocidad de oscilación se duplica y la longitud de onda no varía.

La amplitud de la onda depende exclusivamente de la velocidad con que vibra la partícula que origina la onda: $v = A\omega \cdot \cos\omega t$. La velocidad máxima de vibración es directamente proporcional a la amplitud.

5. ¿Cómo debe aumentar la tensión en una cuerda para que la velocidad de propagación de una onda se duplique? ¿Influye la velocidad transversal de un punto de la cuerda en la velocidad de propagación?

La velocidad de propagación de una onda por una cuerda depende de la tensión de la cuerda, como indica la igualdad $v = \sqrt{\frac{F}{\eta}}$; de acuerdo con ella, la tensión debe ser cuatro veces mayor para que la velocidad sea el doble.

La velocidad transversal de los puntos del medio no influye en la velocidad de propagación de la onda, que solamente depende de las características de la cuerda.

6. Cuando un músico tensa una cuerda de su instrumento, ¿cómo influye esta operación en las magnitudes que se indican?

***a)* La velocidad de propagación de las ondas.**

***b)* La frecuencia del sonido.**

a) y *b)* Cuando una cuerda se tensa, aumenta la velocidad de propagación de la onda, en cuanto a la frecuencia, se hará mayor, pues la longitud de onda resonante se mantiene pero la velocidad de propagación ha variado.

7. Una onda viene dada por la ecuación:

$$y\ (x,\ t) = 0{,}2 \cos\ (50\ t + x)$$

***a)* ¿En qué sentido se propaga?**

***b)* ¿Cuál es su longitud de onda?**

***c)* ¿Con qué velocidad se propaga?**

a) El signo (+) indica que la onda se propaga en sentido negativo del eje *Ox*.

b) La longitud de onda se obtiene a partir del número de onda $k = \frac{2\pi}{\lambda}$:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ m}$$

c) La velocidad de propagación será:

$$v = \lambda\, f = 2\pi \text{ m} \cdot \frac{50}{2\pi} = 50 \text{ m/s}$$

8. Una onda armónica que se propaga por un medio unidimensional tiene una frecuencia de 500 Hz y una velocidad de propagación de 350 m/s.

***a)* ¿Qué distancia mínima hay, en un cierto instante, entre dos puntos del medio que oscilan con una diferencia de fase de 60°?**

***b)* ¿Cuál es la diferencia de fase de oscilación, en un cierto punto, para un intervalo de tiempo de 10^{-3} s?**

a) Hallamos en primer lugar la longitud de onda y el número de onda

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{350}{500} = 0{,}7$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2{,}85\pi$$

Diferencia de fase en función de las distancias: $\delta = k(x_2 - x_1)$;

$$\frac{\pi}{3} = 2{,}85\pi(x_2 - x_1)$$

$$x_2 - x_1 = \frac{1}{8{,}55} = 0{,}116$$

b) La diferencia de fase en función del tiempo viene dada por:

$$\delta = \omega(t_2 - t^1) = 2\pi f(t_2 - t_1) = 2\pi \cdot 500 \text{ Hz} \cdot 10^{-3}\ s = 180°$$

9. Un oscilador produce ondas circulares en un estanque a intervalos regulares de tiempo. Si hacemos que el oscilador produzca el triple número de ondas por segundo:

***a)* ¿Se triplica el periodo?**

***b)* ¿Se triplica la frecuencia?**

***c)* ¿Se triplica la longitud de onda?**

***d)* ¿Las ondas se propagan con triple velocidad?**

Si hacemos que el oscilador produzca triple número de ondas por segundo, estamos multiplicando por tres la frecuencia.

a) De $T = \frac{1}{f}$, se deduce que el periodo se reduce a la tercera parte cuando se triplica la frecuencia.

b) Se triplica la frecuencia: es un dato del problema.

c) La longitud de onda depende de la frecuencia $\lambda = \frac{v}{f}$. Por tanto, para un medio de propagación determinado, la longitud de onda disminuye en un tercio.

d) La velocidad de propagación no depende de la frecuencia, sino de las características del medio.

10. Considera la siguiente ecuación de una onda *y (x, t) = A* sen *(b t – c x)*.

***a)* ¿Qué representan los coeficientes *A, b, c*? ¿Cuáles son sus unidades?**

***b)* ¿Qué interpretación tendría que la función fuera «coseno» en lugar de «seno»? ¿Y que el signo dentro del paréntesis fuera + en lugar de –?**

a) La ecuación de una onda viene dada por $y(x,t) = A \cdot \text{sen}(2\pi f \cdot t - kx)$. A representa la amplitud en metros, b representa 2π veces la frecuencia s^{-1} y c representa el número de onda en m^{-1}.

b) La onda se puede expresar tanto en coseno como en seno: basta introducir un desfase de 90°. Si el signo es + quiere decir que la onda se propaga en sentido negativo: $v < 0$

11. De las propiedades estudiadas, ¿cuáles son específicas de las ondas? ¿Y cuáles se pueden aplicar tanto a las ondas como al movimiento de partículas materiales?

Las propiedades específicas de las ondas son la difracción, la polarización y las interferencias. En cambio, la reflexión y la refracción se pueden aplicar tanto a las ondas como a las partículas materiales. De hecho, el propio Newton explicó estas dos últimas propiedades aplicando su Teoría Corpuscular de la Luz.

12. ¿Se puede polarizar una onda sonora? ¿Por qué?

La polarización solamente es aplicable, por definición, a las ondas transversales. Por tanto, las ondas sonoras no se pueden polarizar porque son longitudinales.

13. ¿En una interferencia se destruye la energía que propagan las ondas?

En una interferencia no se destruye la energía. Solamente se produce una compensación de energía en el punto de interferencia si esta es destructiva.

14. ¿Cuándo tiene lugar una interferencia constructiva entre dos ondas idénticas? ¿Y cuándo es destructiva?

La interferencia es constructiva si las ondas llegan en fase al punto de interferencia. Esto ocurre cuando la diferencia entre las distancias recorridas por las ondas desde los centros emisores hasta el punto de interferencia es un múltiplo entero de longitudes de onda.

En cambio, la interferencia es destructiva cuando dicha diferencia es un múltiplo impar de semilongitudes de onda.

15. La intensidad y la amplitud de una onda disminuyen con la distancia. ¿Cuál de las dos lo hace más rápido?

De las relaciones $I\,r^2$ = cte. y $A\,r$ = cte., se deduce que la intensidad disminuye más rápidamente con la distancia, puesto que es inversamente proporcional al cuadrado de esta.

16. Cuando una onda se amortigua, ¿cambia su frecuencia? ¿Y su longitud de onda? ¿Y su amplitud?

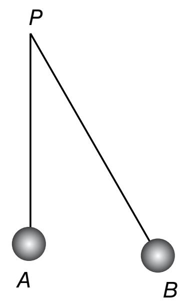
Para un medio determinado, la energía que transmite una onda solamente depende de la amplitud, como indica la fórmula $E = \frac{1}{2}\,k\,A^2$. Por tanto, cuando una onda se amortigua, solamente cambia su amplitud.

17. Dos ondas de igual amplitud se propagan con frecuencias 225 Hz y 450 Hz. ¿Cuál propaga más energía? ¿Cuál tiene mayor intensidad?

La energía transmitida por una onda es proporcional al cuadrado de la frecuencia. Por tanto, propaga cuatro veces más de energía la onda de 450 Hz. Lo mismo ocurre con la intensidad.

18. Dos altavoces que emiten sonidos con la misma frecuencia de 272 Hz y en concordancia de fase están situados en los puntos *A* y *B* de un auditorio, como se puede apreciar en la figura. Un espectador está situado en el punto *P*. ¿Podrá oír algo?

Datos: *v* = 340 m/s; *AP* = 50 m; *BP* = 75 m.



Oirá si los sonidos de los dos altavoces llegan al punto P en fase. Esto ocurre cuando la diferencia de distancias BP y AP es un número entero de longitudes de onda. Es decir, se cumple:

$$x_2 - x_1 = n\lambda \;;\; n = \frac{x_2 - x_1}{\lambda} = \frac{x_2 - x_1}{v\,/\,f} = \frac{(x_2 - x_1)\cdot f}{v} = \frac{25 \cdot 272}{340} = 20$$

19. Explica brevemente en qué consiste el fenómeno de la difracción de una onda. ¿Qué condición debe cumplirse para que se pueda observar la difracción de una onda a través de una rendija?

Respuesta abierta.

20. Responde a las siguientes cuestiones:

a) **Explica brevemente qué es una onda estacionaria y cómo se forma.**

b) **¿Qué son los nodos de una onda estacionaria? ¿Qué son los vientres, crestas o antinodos?**

a) La onda estacionaria es el resultado de la interferencia de dos idénticas pero que se propagan el sentido contrario.

b) Nodos son los puntos en donde la amplitud resultante de la interferencia es cero. Los vientres son los puntos de máxima amplitud.

21. Responde a estas preguntas:

a) **Escribe la ecuación de una onda estacionaria en una cuerda con sus dos extremos fijos, y explica el significado físico de cada uno de los parámetros que aparecen en ella.**

b) **Explica qué puntos de la cuerda del apartado anterior permanecen en reposo. ¿Qué puntos oscilan con amplitud máxima?**

a) $y(x,t) = 2A \cdot \text{sen}(2\pi f \cdot t) \cdot \text{sen}(k \cdot x)$, donde A es la amplitud de las ondas que al interferir producen la onda estacionaria, f es la frecuencia y k el número de onda.

b) Los puntos en reposo y los que tienen la máxima oscilación dependen del valor de sen(kx). Permanecen en reposo los puntos nodales cuando sen$(kx) = 0$, los puntos que se encuentan a una distancia $x = \lambda/2$. Los puntos con la máxima oscilación son los vientres que cumplen la condición: sen$(kx) = 1$, es decir, para valores de $x = (2n + 1)\dfrac{\lambda}{4}$.

22. Calcula la ecuación de la onda estacionaria que resulta de la interferencia de las ondas: $y_1\ (x, t) = 0{,}5 \cos\,(50\,\pi \cdot t - \pi x)$ e $y_2\ (x, t) = -0{,}5 \cos\,(50\,\pi \cdot t - \pi \cdot x)$ expresadas en unidades del SI.

a) **¿Cuál es la amplitud máxima de la onda estacionaria?**

b) **¿Qué distancia hay entre dos nodos consecutivos?**

En general una onda estacionaria viene dada por $y(x,t) = 2A\text{sen}(kx) \cdot \text{sen}(2\pi f \cdot t)$

En este caso: $A = 0{,}5$ m la amplitud de las que interfieren; $2\pi f = 50\pi$ y $k = \pi$.

Por tanto la ecuación de la onda será:

$y\ (x,\ t) = \text{sen}\ (\pi \cdot x) \cdot \text{sen}\ (50\ \pi \cdot t)$;

a) Amplitud máxima: $Am = 2A = 1$ m;

b) La distancia entre dos nodos consecutivos es

$$d = \frac{\lambda}{2} = \frac{2\pi/k}{2} = \frac{\pi}{k} = \frac{\pi}{\pi} = 1\ m$$

23. Admitiendo que los factores que influyen en la velocidad del sonido son la temperatura y la densidad del medio, clasifica de mayor a menor la velocidad de propagación de una onda sonora en los siguientes medios a temperatura ambiente: aire, vidrio, agua, corcho.

La velocidad de propagación disminuye con la densidad. Por tanto, contando con su estado sólido, líquido o gaseoso, el orden será: vidrio, agua, corcho, aire.

24. Calcula la velocidad del sonido en el argón a 20,0 °C. (Coeficiente adiabático del argón: $\gamma = 1{,}67$; $M = 39{,}9 \cdot 10^{-3}$ kg/mol.)

Aplicamos la ecuación:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = \sqrt{\frac{1{,}67 \cdot 8{,}31\ \text{J mol}^{-1}\ \text{K}^{-1} \cdot 293\ \text{K}}{39{,}9 \cdot 10^{-3}\ \text{kg mol}^{-1}}} = 319\ \text{m/s}$$

25. La velocidad del sonido en un gas a 10 °C es de 200 m/s. ¿Cuál será la velocidad del sonido en dicho gas si la temperatura aumenta hasta 20 °C?

Si v_1 es la velocidad a 10 °C, se cumple:

$$v_1 = \sqrt{\frac{\gamma R \cdot 283\ \text{K}}{M}}$$

y si v_2 es la velocidad a 20 °C, tenemos:

$$v_2 = \sqrt{\frac{\gamma R \cdot 293\ \text{K}}{M}}$$

Dividimos miembro a miembro y obtenemos la expresión:

$$\frac{200}{v_2} = \sqrt{\frac{283}{293}} = 0{,}98;\quad v_2 = \frac{200\ \text{m/s}}{0{,}98} = 204\ \text{m/s}$$

26. Si el sonido se propaga en un gas a 0 °C con una velocidad de 317 m/s, calcula la masa molar del gas. $\left(\textbf{Dato: } \gamma = \dfrac{7}{5}.\right)$

De la ecuación $v = \sqrt{\dfrac{\gamma RT}{M}}$ despejamos la masa molar:

$$M = \frac{\gamma RT}{v^2} = \frac{\frac{7}{5} \cdot 8{,}31\ \text{J mol}^{-1}\ K^{-1} \cdot 273\ \text{K}}{317^2\ \text{m}^2\ \text{s}^{-2}} = 32 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}$$

27. Un barco emite simultáneamente un sonido en el agua y otro sonido en el aire. Si otro barco alejado detecta ambos sonidos con una diferencia de 2 s, ¿a qué distancia están los barcos?

Datos: velocidad del sonido: en el aire 340 m/s; en el agua 1 500 m/s.

Supongamos que el sonido por el agua ha tardado t segundos y t + 2 s por el aire. Como la distancia x ha sido la misma, se cumple:

$340 \cdot (t + 2) = 1\,500\ t\ ;\ t = \dfrac{68}{116} = 0{,}586$ s. La distancia será

$x = 1\,500 \cdot 0{,}586 = 879$ m

28. Un ultrasonido se propaga en el aire, $v = 340$ m/s, con una frecuencia de 25 000 Hz. ¿Cuál es la longitud de onda de este ultrasonido?

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f} = \frac{340}{25\,000} = 1{,}36 \cdot 10^{-2}\ m$$

29. Si la velocidad del sonido en el aire es $v = 340$ m/s.

a) **¿Cuál es la longitud de onda de la voz de un bajo que canta a una frecuencia de 50 Hz?**

b) **¿Cuál es la frecuencia de la voz de una soprano que emite sonidos de longitud de onda $\lambda = 0,\ 17$ m?**

a) Longitud de onda es la distancia que se propaga la onda en un periodo:

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f} = \frac{340}{50} = 6{,}8\ \text{m}$$

b) Aplicamos la misma ecuación: $f = \dfrac{v}{\lambda} = \dfrac{340}{0{,}17} = 2\,000$ Hz

30. Un automóvil que viaja hacia una montaña con una velocidad de 72 km/h hace sonar el claxon y recibe el eco a los 2 segundos. ¿A qué distancia está de la montaña cuando recibe el eco?

Supongamos que toca el claxon en el punto *A* y percibe el eco en el punto *B*. Si λ es la distancia entre *A* y *B* y llamamos *x* a la distancia entre el punto *B* y la montaña se cumple: $\lambda = 20\,t$ para el recorrido el automóvil, $\lambda + 2x = 340\,t$ para el recorrido del sonido. De las dos ecuaciones anteriores se tiene:

$$20t + 2x = 340t\ ;\ x = \frac{340t - 20t}{2} = 320 \text{ m}$$

31. Dos fuentes sonoras que están separadas por una pequeña distancia emiten ondas armónicas de igual amplitud en fase y de frecuencia 1 kHz. Estas ondas se transmiten en el medio a una velocidad de 340 m/s.

***a)* Calcula el número de onda, la longitud de onda y el periodo de la onda resultante de la interferencia entre ellas.**

***b)* Calcula la diferencia de fase en un punto situado a 1 024 m de una fuente y a 990 de la otra.**

En la interferencia solamente se modifica la amplitud. Por tanto, las demás magnitudes no varían.

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}\text{ s}\ ;\ \lambda = v \cdot T = 340\ m/s \cdot 10^{-3}\text{ s} =$$

$$= 0{,}34\text{ m}\ ;\ k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{6{,}28}{0{,}34} = 18{,}47\text{ rad}$$

$$\delta = (x_2 - x_1) \cdot k = \frac{(x_2 - x_1) \cdot 2\pi}{\lambda} = \frac{34 \cdot 2\pi}{0{,}34} = 200\pi.$$ Llegan en fase.

32. Teniendo en cuenta los datos que se indican en la tabla, calcula la velocidad del sonido en una barra de acero.

Material	Módulo J (N m^{-2})	Densidad ρ (kg m^{-3})
Aluminio	$7 \cdot 10^{10}$	$2{,}7 \cdot 10^3$
Latón	$9 \cdot 10^{10}$	$8{,}7 \cdot 10^3$
Hierro	$9 \cdot 10^{10}$	$7{,}9 \cdot 10^3$
Acero	$20 \cdot 10^{10}$	$7{,}8 \cdot 10^3$
Vidrio	$5{,}4 \cdot 10^{10}$	$2{,}6 \cdot 10^3$

La velocidad del sonido en los sólidos depende del módulo de Young y de la densidad del material de acuerdo con la igualdad:

$$v = \sqrt{\frac{J}{\rho}} = \sqrt{\frac{20 \cdot 10^{10}}{7{,}8 \cdot 10^3}} = 5{,}1 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

33. ¿Dónde se propaga con más velocidad el sonido, en el agua del mar o en el agua dulce de una laguna? Razona la respuesta.

La velocidad del sonido en los líquidos depende del módulo volumétrico *B* del líquido (es el mismo para el agua dulce que para el agua salada) y de la densidad densidad de acuerdo con la igualdad:

$v = \sqrt{\dfrac{B}{\rho}}$ El agua del mar es más densa que el agua dulce. Por tanto, el sonido se propaga con más velocidad en el agua dulce.

34. Un foco emite ondas esféricas con potencia $P = 1 \cdot 10^{-3}$ W. Calcula la intensidad y el nivel de intensidad en los siguientes puntos:

***a)* A una distancia de 1 m del foco.**

***b)* A una distancia de 10 m del foco.**

Dato: intensidad umbral de audición: $I_0 = 10^{-12}$ W $\cdot$ m^{-2}

a) Intensidad: $I_1 = \dfrac{P}{S_1} = \dfrac{10^{-3}}{4\pi r_1^2} = 8 \cdot 10^{-5}$ W/m^2

Nivel de intensidad: $\beta_1 = 10 \cdot \log \dfrac{I_1}{I_0} = 10 \cdot \log \dfrac{8 \cdot 10^{-5}}{10^{-12}} = 79$ dB

b) Intensidad: $I_2 = \dfrac{P}{S_2} = \dfrac{10^{-3}}{4\pi \cdot 10^2} = 8 \cdot 10^{-7}$ W/m^2

Nivel de intensidad: $\beta_2 = 10 \cdot \log \dfrac{8 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}} = 59$ dB

35. Un búho que se encuentra en un árbol a una altura de 20 m emite un sonido cuya potencia sonora es de $3 \cdot 10^{-8}$ W. Si un ratón se acerca a las proximidades del árbol:

***a)* ¿A qué distancia del pie del árbol comenzará a oír el ratón al búho?**

***b)* Calcula el nivel de intensidad sonora percibido por el ratón cuando está junto al árbol. Nota: supón que la intensidad umbral de audición del ratón es $I_0 = 10^{-8}$ W m^{-2}.**

a) Cuando se encuentre a una distancia en que la intensidad sonora coincida con la intensidad umbral de audición: $I = I_0$

$I_o = \dfrac{3 \cdot 10^{-8}}{4\pi \cdot r^2}$, $r = \sqrt{\dfrac{3 \,.\, 10^{-8}}{4\pi \cdot 10^{-12}}} = 48{,}86$ m. Este valor representa la distancia entre el ratón y la posición del búho. Esta distancia es la hipotenusa de un triángulo rectángulo que tiene un cateto de 20 m. La distancia del ratón al pie del árbol será: $d = \sqrt{48{,}86^2 - 20^2} = 44{,}58$ m

b) $I = \dfrac{3 \cdot 10^{-8}}{4\pi \cdot 400} = 6 \cdot 10^{-12}$; $\beta = 10 \cdot \log \dfrac{6 \cdot 10^{-12}}{10^{-12}} =$
$= 10 \cdot \log 6 = 7{,}7$ dB

36. El sonido producido por la sirena de un barco alcanza un nivel de intensidad sonora de 80 dB a 10 m de distancia. Considerando la sirena como un foco sonoro puntual, calcula:

***a)* La intensidad de la onda sonora a esa distancia y la potencia de la sirena.**

***b)* El nivel de intensidad sonora a 500 m de distancia.**

a) $\beta = 10 \cdot \log \dfrac{I_1}{10^{-12}}$; $8 = \log \dfrac{I_1}{10^{-12}}$; $10^8 = \dfrac{I_1}{10^{-12}}$;
$I_1 = 10^{-4}$W/m^2 $\qquad P = I_1 \cdot 4\pi r^2 = 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 10^2 = 0{,}126$ W

b) Intensidad a 500 m:

$$I_2 = \frac{P}{4\pi \cdot (500)^2} = \frac{126 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 10^6} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2$$

$\beta = 10 \cdot \log \dfrac{4 \cdot 10^{-8}}{10^{-12}} = 10 \cdot 4 \cdot \log 4 = 24$ dB

37. Se realizan dos mediciones del nivel de intensidad sonora en las proximidades de un foco sonoro puntual, siendo la primera de 100 dB a una distancia d del foco, y la segunda de 80 dB al alejarse en la misma dirección 100 m más.

a) **Calcula las distancias al foco desde donde se efectúan las mediciones.**

b) **Calcula la potencia sonora del foco. Dato: intensidad umbral de audición $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.**

$10 = \log \dfrac{10^{12} \cdot P}{4\pi \cdot d^2} = 12\log P - (2\log d + \log 4\pi)$

$8 = \log \dfrac{10^{12} \cdot P}{4\pi \cdot (d + 100)^2} = 12\log P - (2\log (d + 100) + \log 4\pi)$

De la primera ecuación tenemos: $10 + 2\log d = 12\log P - \log 4\pi$

Hacemos lo mismo con la segunda: $8 + 2\log (d + 100) = 12\log P - \log 4\pi$

Ambas ecuaciones tienen el segundo miembro común. Por tanto, se cumple:

$10 + 2\log d = 8 + \log(d + 100) \Rightarrow 5 + \log d =$

$= 4 + \log(d + 100)$; $1 = \log \dfrac{d + 100}{d}$; $10 = \dfrac{d + 100}{d}$;

$d = 11{,}1$ m; $d' = 111{,}1$ m

Hallamos la intensidad:

$100 = 10 \log \dfrac{1}{10^{-12}}$; $10^{10} = \dfrac{I}{10^{-12}}$; $I = 10^2$ W/m^2

Potencia: $P = I \cdot 4\pi d^2 = 10^{-2} \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 11{,}1^2 = 15{,}5$ W

38. Una persona situada entre dos montañas dispara una escopeta y oye el eco procedente de cada montaña al cabo de 2 s y 3,5 s.

a) **¿Cuál es la distancia entre las dos montañas?**

b) **Si la potencia sonora inicial producida en el disparo es de 75 W, y suponiendo que el sonido se transmite como una onda esférica sin fenómenos de atenuación o interferencia, calcula el nivel de intensidad sonora con el que la persona escuchará el eco del disparo procedente de la montaña más cercana.**

a) Tras el disparo el sonido se propaga hacia ambas montañas haciendo el recorrido e ida y vuelta en el tiempo indicado. Si llamamos d a la distancia entre las montañas, se cumple: $2d = 340 \cdot 2 + 340 \cdot 3{,}5$; $d = 935$ m

b) La montaña más próxima se encuentra a 340, pero el sonido recorre el doble de distancia hasta que se escucha el eco. Intensidad sonora que percibe la persona:

$I = \dfrac{P}{S} = \dfrac{P}{4\pi r^2} = \dfrac{75}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 640^2} = 1{,}46 \cdot 10^{-5}$ W/m^2

Nivel de intensidad $\beta = 10 \cdot \log \dfrac{I}{I_o} = 10 \log \dfrac{1{,}46 \cdot 10^{-5}}{10^{-12}} =$

$= 71{,}6$ dB

39. Un altavoz emite con una potencia de 80 W. Suponiendo que el altavoz es una fuente puntual y sabiendo que las ondas sonoras son esféricas, determina:

a) **La intensidad de la onda sonora a 10 m del altavoz.**

b) **¿A qué distancia de la fuente el nivel de intensidad sonora es de 60 dB?**

a) $I = \dfrac{P}{S} = \dfrac{80}{4\pi 10^2} = 6{,}37 \cdot 10^{-2}$ W/m^2

b) $60 = 10\log = \dfrac{I}{10^{-12}}$; $\dfrac{I}{10^{-12}} = 10^6 \Rightarrow I = 10^{-6}$ W/m^2

$I = \dfrac{P}{S} = \dfrac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow r = \sqrt{\dfrac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\dfrac{80}{4\pi \cdot 10^{-6}}} = 2\,523$ m

Ciencia, tecnología y sociedad

1. Una fuente ultrasónica emite ondas de frecuencia 45 kHz. ¿En qué proporción ha de variar la energía de esa fuente para destruir unas bacterias a una frecuencia de 30 kHz?

a) **2,25.**

b) **0,44.**

c) **1,5.**

a) 2,25.

2. ¿A qué profundidad estará localizado un galeón si se envía un ultrasonido con módulo volumétrico $B = 0{,}22 \cdot 1\,010$ Nm^{-2} y densidad 1,030 g/cm^3 y tarda 3 s en recibirse la señal?

a) **4 450 m.**

b) **2 192 m.**

c) **4 384 m.**

b) 2 192 m.

3. Una onda presenta la siguiente ecuación de onda $y\ (x, t) = 0{,}8 \cos (2\,000\, t + x)$, ¿puede tratarse de un ultrasonido?

a) **Sí.**

b) **No.**

c) **Solo si interfiere con otra onda de f mayor.**

b) No. Recordar el orden de magnitud de las frecuencias de los ultrasonidos.

4. La reparación de una placa solar en la Estación Espacial Internacional precisa una soldadura. Una de las aplicaciones del ultrasonido es precisamente esa. ¿Qué frecuencia ultrasónica es la óptima para la reparación?

a) **50 kHz.**

b) **No se puede reparar con ultrasonido.**

c) **100 kHz.**

b) No se puede reparar con ultrasonido. El sonido no se transmite en el vacío, y la Estación Espacial Internacional está en él.

Problemas propuestos

Magnitudes características de una onda

1. Una antena emite una onda de radio de $6 \cdot 10^7$ Hz.

***a)* Explica las diferencias entre esta onda y una onda sonora de la misma longitud de onda, y determina la frecuencia de esta última.**

***b)* La onda de radio penetra en un medio y su velocidad se reduce a 0,75 c. Determina su frecuencia y su longitud de onda en ese medio.**

Datos: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $v_s = 340$ m/s.

a) La onda de radio es electromagnética, se propaga en el vacío a la velocidad de la luz. La onda sonora es mecánica, y no se propaga en el vacío.

Onda de radio: $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^7} = 5$ m ; sonido $f = \dfrac{v}{\lambda} =$
$= \dfrac{340}{5} = 68$ Hz

b) $v = 0{,}75 \cdot 3 \cdot 108 = 2{,}25 \cdot 10^8$ m/s ; $\lambda = \dfrac{2{,}25 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^7} = 3{,}75$ m

La frecuencia no varía.

2. Uno de los extremos de una cuerda tensa, de 6 m de longitud, se hace oscilar armónicamente con una $f = 60$ Hz. Calcula la longitud de onda y el número de onda de las ondas de la cuerda.

Velocidad de propagación: $v = \dfrac{x}{t} = \dfrac{6 \text{ m}}{0{,}5 \text{ s}} = 12$ m/s

Longitud de onda: $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{12 \text{ m/s}}{60 \text{ s}^{-1}} = 0{,}20$ m

Número de onda: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{6{,}28}{0{,}20} = 31{,}4 \text{ m}^{-1}$

3. La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda es $y = 0{,}25 \cos (0{,}50\, t - 0{,}10\, x)$ en el SI. Calcula:

***a)* La frecuencia.**

***b)* La longitud de onda.**

***c)* La velocidad de propagación.**

Comparamos la ecuación que se nos da con la ecuación general del movimiento ondulatorio:

$$y = A \cos (2\pi ft - kx)$$

De donde se deduce que:

a) $2\pi f = 0{,}50;\ f = \dfrac{0{,}50}{6{,}28} = 0{,}080$ Hz

b) $k = \dfrac{2\pi}{\lambda};\ \lambda = \dfrac{2\pi}{0{,}10} = 63$ m

c) $v = \lambda f = 63 \text{ m} \cdot 0{,}080 \text{ s}^{-1} = 5{,}0$ m/s

4. Una cuerda puesta en el eje Ox vibra según el eje Oy con movimiento ondulatorio de ecuación $y (x, t) = 0{,}002$ sen $(300\, t + 60\, x)$ en unidades del SI. Calcula:

***a)* El sentido y la velocidad con que se propaga la onda.**

***b)* La longitud de onda y la frecuencia del movimiento.**

a) y *b)* La onda se propaga en sentido negativo del eje Ox.

La frecuencia se deduce de:

$$2\pi f = 300;\quad f = \frac{300}{2\pi} = 47{,}7 \text{ Hz}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda};\quad \lambda = \frac{2\pi}{60} = 0{,}10 \text{ m}$$

$$v = \lambda f = 0{,}10 \text{ m} \cdot 47{,}7 \text{ s}^{-1} = 5{,}0 \text{ m/s}$$

5. Dos ondas $y_1 = 0{,}3 \cos (200\, t - 0{,}050\, x_1)$ e $y_2 = 0{,}3 \cos (200\, t - 0{,}050\, x_2)$ se propagan por el mismo medio.

***a)* ¿Con qué velocidad se propagan?**

***b)* Si las ondas se anulan en un punto x_1, distante 10 m del centro emisor de la primera onda, calcula el valor más pequeño de x_2.**

a) De la ecuación de las ondas se deduce que:

$$f = \frac{200}{2\pi} \text{ Hz};\quad \lambda = \frac{2\pi}{0{,}05} \text{ m}$$

Por tanto, la velocidad de propagación será:

$$v = \lambda f = \frac{2\pi}{0{,}05} \text{ m} \cdot \frac{200}{2\pi} \text{ s}^{-1} = 4\,000 \text{ m/s}$$

b) Si las ondas se anulan en el punto indicado, la interferencia es destructiva, y por tanto, la diferencia $x_2 - x_1$ es un múltiplo impar de semilongitudes de onda:

$$x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2};\quad x_2 = x_1 + \frac{\lambda}{2} = 10 \text{ m} + 62{,}8 \text{ m} = 72{,}8 \text{ m}$$

6. La ecuación de una onda es:

$$y\ (x, t) = 6 \cdot 10^{-6} \cdot \cos (1\,900\, t + 5{,}72\, x)$$

en unidades del SI. Calcula la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.

De la ecuación de la onda, se deduce que:

$$1\,900 = 2\pi f;\quad f = \frac{1\,900}{6{,}28} = 302{,}5 \text{ Hz}$$

$$5{,}72 = \frac{2\pi}{\lambda};\quad \lambda = \frac{2\pi}{5{,}72} = 1{,}10 \text{ m}$$

por tanto, la velocidad de propagación es:

$v = \lambda f = 1{,}10 \text{ m} \cdot 302{,}5 \text{ s}^{-1} = 333$ m/s en sentido negativo del eje Ox.

7. La ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda es $y\ (x, t) = 0{,}20 \cos (0{,}50\, x - 200\, t)$, donde x e y se miden en metros y t en segundos. Calcula la velocidad de fase y la velocidad transversal de un punto de la cuerda en $x = 40{,}0$ m en el instante $t = 0{,}15$ s.

De la ecuación de la onda se obtienen directamente los valores de la frecuencia y de la longitud de onda:

$$f = \frac{200}{2\pi};\quad \lambda = \frac{2\pi}{0{,}5} = 4\pi \text{ m}$$

por tanto, la velocidad de propagación será:

$$v = \lambda\, f = 4\pi \cdot \frac{200}{2\pi} = 400 \text{ m/s}$$

La velocidad transversal de las partículas del medio se obtiene derivando la ecuación de la onda:

$$v = \frac{dy}{dt} = -40 \text{ sen } (0{,}5\, x - 200\, t)$$

que en el punto indicado toma el valor:

$$v = -40 \text{ sen } (20 \text{ rad} - 30 \text{ rad}) = -22 \text{ m/s}$$

8. Se hace vibrar un extremo de una cuerda larga con un periodo de 2,0 s y una amplitud de 4,0 cm, con forma cosenoidal y sin fase inicial. La velocidad de las ondas es de 0,50 m/s. Calcula:

***a)* El desplazamiento de una partícula situada a 1,00 m del centro emisor en los tiempos *t* = 4,0 s, 4,5 s y 5,0 s.**

***b)* El desplazamiento de las partículas situadas a las distancias 0,25; 0,75 y 1,00 m del centro emisor para *t* = 2 s.**

Las partículas del medio están animadas de m.a.s. definido por la ecuación $y = A \cos (\omega\, t + \varphi)$.

En este caso, $A = 4{,}0 \text{ cm} = 4{,}0 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2{,}0 \text{ s}} = \pi$ rad/s; $\varphi = 0$, como indica el enunciado.

$k = \frac{\omega}{v} = \frac{\pi}{0{,}50} = 2\pi \text{ m}^{-1}$

Por tanto, la ecuación del movimiento es: $y = 4{,}0 \cdot 10^{-2} \cos \pi t$

Este m.a.s. se transmite por el medio mediante una onda cuya ecuación es:

$$y = 4{,}0 \cdot 10^{-2} \cos (\pi\, t - 2\pi\, x)$$

a) La elongación de la partícula $x = 1{,}00$ m en los tiempos indicados es:

$y = 4{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \cos (\pi \cdot 4{,}0 - 2\pi) =$

$= 4{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \cos 2\pi = 4{,}0 \cdot 10^{-2}$ m

$y = 4{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \cos (\pi \cdot 4{,}5 - 2\pi) =$

$= 4{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \cos \frac{5}{2}\pi = 0$ m

$y = 4{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \cos (\pi \cdot 5{,}0 - 2\pi) =$

$= 4{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \cos 3\pi = -4{,}0 \cdot 10^{-2}$ m

b) Aplicamos la misma ecuación para las partículas que se indican:

$y = 4{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \cos (2\pi - 2\pi \cdot 0{,}25) =$

$= 4{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \cos \frac{3\pi}{2} = 0$ m

$y = 4{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \cos (2\pi - 2\pi \cdot 0{,}75) =$

$= 4{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \cos \frac{\pi}{2} = 0$ m

$y = 4{,}0 \cdot 10^{-2} \cdot \cos (2\pi - \pi) = 4{,}0 \cdot 10^{-2}$ m

9. Una onda armónica senoidal que se desplaza en el sentido positivo del eje *OX* tiene una amplitud de 10 cm, una longitud de onda de 60 cm y una frecuencia de 10 Hz. El desplazamiento transversal en *x* = 0 y *t* = 0 es 10 cm.

Calcula:

***a)* El número de onda.**

***b)* El periodo.**

***c)* La frecuencia angular.**

***d)* La velocidad de propagación.**

***e)* La función de onda.**

a) $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{6 \cdot 10^{-1}} = 10{,}5\ m^{-1}$

b) $T = \frac{1}{f} = 0{,}1\ s$

c) $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 10 = 62{,}8$ rad/s

d) $v = \lambda f = 0{,}6 \cdot 10 = 6$ m/s

e) $y = A \cos(\omega t - kx) = 0{,}1 \cdot \cos\left(20\pi t - \frac{10\pi}{3}x\right)$

10. Cierta onda está descrita por la ecuación Ψ(x, t) = 0,02 sen (*t* – *x*/4), todo expresado en unidades del SI.

Determina:

***a)* La frecuencia de la onda y su velocidad de propagación.**

***b)* La distancia existente entre dos puntos consecutivos que vibran con una diferencia de fase de 120°.**

Comparando la ecuación dada con la ecuación general:

$\Psi = 0{,}02 \cdot sen\left(t - \frac{x}{4}\right)$ con $\Psi = Asen\left(2\pi ft - \frac{x}{k}\right)$ tenemos:

$2\pi f = 1 \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}$ Hz ; $k = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{1}{4} \Rightarrow \lambda = 8\pi$;

$v = \lambda \cdot f = 8\pi \cdot \frac{1}{2\pi} = 4$ m/s

$\delta = (x_2 - x_1)\, k \Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{\delta}{k} = 4\delta = 4 \cdot \frac{2\pi}{3} = 8{,}3$ m

11. Una onda armónica cuya frecuencia es de 50 Hz, se propaga en el sentido positivo del eje *Ox*. Sabiendo que la diferencia de fase, en un instante dado, para dos puntos separados 20 cm es de 90°:

***a)* Determina el periodo, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.**

***b)* En un punto dado, ¿qué diferencia de fase existe entre los desplazamientos que tienen lugar en dos instantes separados por un intervalo de 0,01 s?**

a) Sea $y = A \cos (2\pi\, ft - k\, x)$ la ecuación de onda. La diferencia de fase entre dos puntos x_1 y x_2 viene dada por:

$$\left(2\pi\, ft - \frac{2\pi}{\lambda}x_1\right) - \left(2\pi\, ft - \frac{2\pi}{\lambda}x_2\right) = \frac{2\pi}{\lambda}\,(x_2 - x_1)$$

En nuestro caso se cumple que $\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (0{,}2 \text{ m})$.

De donde se deduce que la longitud de onda es $\lambda = 0{,}80$ m.

El periodo viene dado por el inverso de la frecuencia:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50\text{ Hz}} = 0{,}020\text{ s}$$

La velocidad de propagación será:

$$v = \lambda f = 0{,}80\text{ m} \cdot 50\text{ s}^{-1} = 40\text{ m/s}$$

b) El desfase vale:

$$\delta = (2\pi f\, t_1 - k\, x) - (2\pi f\, t_2 - k\, x) = 2\pi f\,(t_1 - t_2) =$$

$$= 2\pi \cdot 50\text{ Hz} \cdot 0{,}01\text{ s} = \pi\text{ rad} = 180°$$

12. Una onda de frecuencia 500 Hz tiene una velocidad de fase de 300 m/s.

a) ¿Cuál es la separación entre dos puntos que tengan una diferencia de fase de 60°?

b) ¿Cuál es la diferencia de fase entre dos elongaciones en un mismo punto que estén separados por un intervalo de tiempo de una milésima de segundo?

a) Hallamos en primer lugar la longitud de onda y el número de onda:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3}{5}\text{ m}; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{10}{3}\pi\text{ m}$$

Diferencia de fase en función de las distancias:

$$\delta = k\,(x_2 - x_1)$$

En este caso será:

$$\frac{10}{3}\pi \cdot (x_2 - x_1) = \frac{\pi}{3}$$

de donde se deduce que $x_2 - x_1 = 0{,}1$ m.

b) La diferencia de fase en función de los tiempos viene dada por:

$$\delta = \omega\,(t_2 - t_1) = 2\pi f\,(t_2 - t_1) = 2\pi \cdot 500\text{ Hz} \cdot 10^{-3}\text{ s} = \pi = 180°$$

13. La ecuación de una onda es *y* (*x*,*t*) = 25 sen (0,40 *t* – 3,14 *x*) expresada en unidades del SI. Calcula:

a) Los puntos que están en fase y en oposición de fase.

b) ¿Qué tiempo debe transcurrir para que un punto situado a 5,0 m del foco tenga velocidad máxima?

a) En primer lugar hallamos la longitud de onda. De la ecuación que se nos da se deduce que:

$$f = \frac{0{,}40}{2\pi} = 0{,}064\text{ Hz}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{3{,}14} = 2\text{ m}$$

Estarán en fase todos aquellos puntos que disten entre sí $2n$ metros, como se deduce de la condición de interferencia constructiva: $d = x_2 - x_1 = n\,\lambda = 2n$.

Estarán en oposición de fase aquellos que cumplan la condición $d = x_2 - x_1 = (2n + 1)\,\frac{\lambda}{2}$

Es decir, en este caso todos aquellos que disten entre sí $(2n + 1)$ metros.

b) La velocidad transversal de un punto del medio se obtiene derivando la ecuación del movimiento, $v = 10\cos(0{,}40\,t - 3{,}14\,x)$, cuyo valor máximo tiene lugar cuando se cumple que $\cos(0{,}40\,t - 3{,}14\,x) = 1$; es decir, cuando la fase vale $0{,}40\,t - 3{,}14\,x = 0$.

De donde $t = \frac{3{,}14\,x}{0{,}40} = \frac{3{,}14 \cdot 5{,}0\text{ m}}{0{,}40} = 39{,}3\text{ s}$

14. Por una cuerda tensa situada sobre el eje *X* se transmite una onda con una velocidad de 8 m/s. La ecuación de dicha onda viene dada por:

$y\,(x, t) = 0{,}2$ sen $(4\,\pi\,t + k\,x)$ (unidades SI).

a) Determina el valor de *k* y el sentido del movimiento de la onda. Calcula el periodo y la longitud de onda y reescribe la ecuación de la onda en función de estos parámetros.

b) Determina la posición, la velocidad y la aceleración de un punto de la cuerda correspondiente a *x* = 40 cm en el instante *t* = 2 s.

a) $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{4\pi}{8} = \frac{\pi}{2}\ m^{-1}$; la onda se propaga en sentido negativo:

$\omega = 2\pi f = 4\pi \Rightarrow f = 2$ Hz ; $T = f^{-1} = 0{,}5$ s ; $\lambda = v \cdot T = 8 \cdot 0{,}5 = 4$ m

$$y(x,t) = 0{,}2\text{sen}\left(4\pi \cdot t - \frac{\pi}{2}x\right)$$

b) $y(0{,}4m, 2s) = 0{,}2sen(8\pi + \pi \cdot 0{,}2) = 0{,}2sen36° = 0{,}12$ m

$v = \frac{dy}{dt} = 0{,}8\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}x\right)$, $v(0{,}4m, 2s) = 0{,}8\pi\cos 36° = 2$ m/s

$a = \frac{dv}{dt} = -31{,}55 \cdot sen(8\pi + 0{,}2x) = -31{,}55sen36° = -18{,}5\text{ m/s}^2$

Ecuación de ondas armónicas

15. Una onda armónica se propaga por una cuerda de derecha a izquierda con una velocidad de 8 m/s. Su periodo es 0,5 s y su amplitud es de 0,3 m.

a) Escribe la ecuación de la onda razonando cómo se obtiene el valor de cada una de las variables que intervienen en ella.

b) Calcula la velocidad de una partícula de la cuerda en *x* = 2 m en el instante *t* = 1 s.

a) $y(x,t) = A\cos(\omega t + kx) = 0{,}3 \cdot \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}x\right)$, ya que

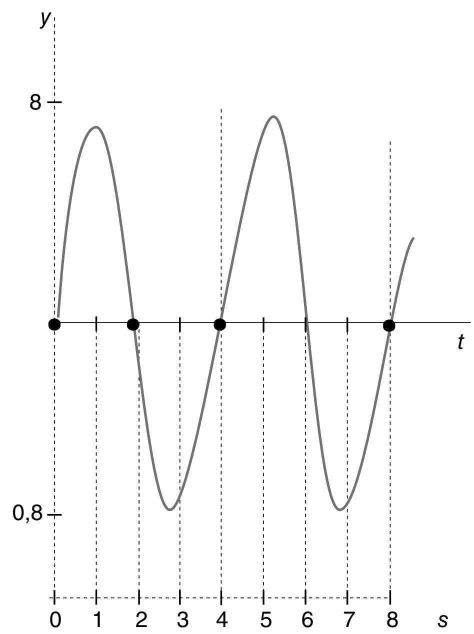
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 4\pi\ ;\ k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\pi}{2}$$

b) $v = \frac{dy}{dt} = -0{,}3sen(2\pi + \pi) = 0$

16. Una onda armónica transversal de longitud de onda λ = 1 m se desplaza en el sentido positivo del eje *X*. En la figura se muestra la elongación (*y*) del punto de coordenada x = 0 en función del tiempo. Determina:

a) La velocidad de propagación de la onda.

b) La expresión matemática que describe esta onda.



a) De la figura se deduce: $A = 0,8$ m; $T = 4$ s; $x = 0$ para $t = 0$

$v = \dfrac{\lambda}{T} = \dfrac{1}{4} = 0,25$ m/s ; $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{\pi}{2}$ rad/s ; $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} =$
$= 2\pi$ m^{-1}

b) De acuerdo con estos valores la ecuación de la onda será:

$$y(x,\ t) = Asen(\omega t - kx) = 0,8 \cdot sen\left(\frac{\pi}{2}t - 2\pi x\right)$$

17. Una onda armónica transversal de amplitud 8 cm y una longitud de onda de 140 cm se propaga en una cuerda tensa orientada en el sentido positivo del eje *X* con una velocidad de 70 cm/s. El punto de la cuerda de coordenada *x* = 0 (origen de la perturbación) oscila en la dirección del eje *Y*, y tiene en el instante *t* = 0 una elongación de 4 cm y una velocidad de oscilación positiva. Determina:

***a)* Los valores de la frecuencia angular y del número de onda.**

***b)* La expresión matemática de la onda.**

***c)* La expresión matemática del movimiento del punto de la cuerda situado a 70 cm del origen.**

***d)* La diferencia de fase de oscilación, en un mismo instante, entre dos puntos de la cuerda que distan entre sí 35 cm.**

a) De acuerdo con el enunciado, expresamos las soluciones en cm y s. Del enunciado conocemos: $\lambda = 140$ cm ; $v = 70$ cm/s; $A = 8$ cm. Por tanto, el periodo será: $T = \dfrac{\lambda}{v} = \dfrac{140}{70} = 2$ s;

frecuencia angular: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \pi$ rad/s; número de onda:

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2\pi}{140} = \dfrac{\pi}{70} =$ cm^{-1} si para $t = 0$, $y = 4$ cm, $x = 0$

$y = 8 \cdot \text{sen}\left(\pi t - \dfrac{\pi x}{70} + \delta\right)$; $4 = 8\ \text{sen}\delta \Rightarrow \delta = \dfrac{\pi}{6}$

b) La ecuación de la onda será:

$$y = 8 \cdot \text{sen}\left(\pi t - \frac{\pi x}{70} + \frac{\pi}{6}\right)$$

c) $v = \dfrac{dy}{dt} = 8\text{p} \cdot \cos\left(\pi t - \dfrac{\pi x}{70} + \dfrac{\pi}{6}\right)$. Para $x = 70$ cm la velocidad toma el valor:

$v = 8\pi\cos\ (\pi t - \pi + \pi/6) = 8\pi\cos\left(\pi t - \dfrac{5\pi}{6}\right)$.

d) $\phi = (x_2 - x_1)\ \dfrac{\pi}{70} = 35 \cdot \dfrac{\pi}{70} = \dfrac{\pi}{2}$

18. Una onda transversal de amplitud *A* = 5 cm que se propaga por un medio material tarda 2 s en recorrer una distancia de 50 cm, y sus puntos más próximos de igual fase distan entre sí 25 cm. Determina:

***a)* La expresión matemática de la función de onda si en el instante *t* = 0 la elongación, *x* = 0, es nula.**

***b)* La aceleración de un punto de la onda situado en *x* = 25 cm, en el instante *t* = 1 s.**

Según el enunciado, $A = 0,05$ m; $T = 1$ s; $f = 1$ Hz; $\lambda = 0,25$ m;
$v = \dfrac{\lambda}{T} = 0,25$ m/s
Por tanto, $\omega = \dfrac{2\pi}{\lambda} = 2\pi$; $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = 8\pi$ m^{-1}

a) La ecuación de la onda será

$y(x,t) = \text{Asen}(\omega t - kx) = 0,05\ \text{sen}(2\pi t - 8\pi x)$

b) $a = \dfrac{d^2y}{dt^2} = -0,05 \cdot 4 \cdot \pi^2\text{sen}(2\pi t - 8\pi r)$ para t=1 s y x=0,25 m la aceleración toma el valor $a = 0$ m/s^2

19. Una onda viene dada por la ecuación en el SI:

$$\boldsymbol{y\ (x,\ t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{x\,\pi}{0,80}\right)}$$

Calcula:

***a)* El carácter de la onda y su velocidad de propagación.**

***b)* La diferencia de fase para dos posiciones de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 2 s.**

***c)* La diferencia de fase en un instante dado de dos partículas separadas 120 cm en el sentido de avance de la onda.**

a) Las partículas vibran paralelas al eje *Oy*, y la onda se propaga a lo largo del eje *Ox* en sentido negativo. Por tanto, se trata de una onda transversal, cuya frecuencia se obtiene de:

$$\frac{\pi}{2} = 2\pi f \qquad f = \frac{1}{4}\text{ Hz}$$

La velocidad con que se propaga es:

$$v = \lambda\, f = \frac{2\pi}{k} f = \frac{2\pi}{\pi/0,80} \cdot \frac{1}{4} = 0,4\text{ m/s}$$

b) $\delta = \left(\dfrac{\pi}{2}t_1 + \dfrac{x\,\pi}{0,80}\right) - \left(\dfrac{\pi}{2}t_2 + \dfrac{x\,\pi}{0,80}\right) = \dfrac{\pi}{2}(t_1 - t_2) = \pi = 180°$

c) $\delta = \left(\dfrac{\pi}{2}t + \dfrac{x_1\,\pi}{0,80}\right) - \left(\dfrac{\pi}{2}t + \dfrac{x_2\,\pi}{0,80}\right) = \dfrac{\pi}{0,80}(x_1 - x_2) =$

$= \dfrac{\pi}{0,80} \cdot 1,2 = 1,5\pi = 270°$

20. En una cuerda se genera una onda armónica transversal de 20 cm de amplitud, velocidad de propagación 5 m/s y frecuencia 30 Hz. La onda se desplaza en el sentido positivo del eje de las *X*, siendo en el instante inicial la elongación nula en la posición *x* = 0.

a) **Escribe la expresión matemática que describe dicha onda si en $t = 0$ y $x = 0$, y la velocidad de la elongación es positiva.**

b) **Calcula la velocidad y aceleración máximas de un punto de la cuerda.**

Expresamos la ecuación en función coseno: $y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \delta)$

Si para $t = 0$; $x = 0$, $y = 0$ el valor de δ será $\delta = \frac{\pi}{2}$ o $\delta = \frac{3\pi}{2}$.

Para averiguar cuál de los dos valores es el correcto, hallamos la expresión de la velocidad:

$v = \frac{dy}{dt} = -A\omega sen(\omega t - kd + \delta)$ si para $t = 0$, $x = 0$, $v > 0$ se debe cumplir sen $\delta < 0$.

Por tanto, el valor correcto es sen $\delta = \frac{3\pi}{2}$. Del enunciado se deduce: $A = 0,2$ m; $f = 30$ Hz. Por tanto $\omega = 2\pi f = 60\pi$ rad/s;

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v} = 12\pi \text{ m}^{-1}$

a) De acuerdo con estos valores, la ecuación de la onda será:

$$y(x,t) = 0,2 \cos\left(60\pi t - 12\pi x + \frac{3\pi}{2}\right)$$

b) $v_m = A\omega = 0,2 \cdot 60\pi = 12\pi$ m/s ;

$$a = \frac{d^2y}{dt^2} = -0,2 \cdot 60^2 \cdot \pi^2\cos\left(60\pi t - 12\pi x + \frac{3\pi}{2}\right)$$

$a_m = 0,2 \cdot 3\,600 \cdot \pi^2 = 720\pi^2$ m/s^2

21. Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda horizontal en el sentido negativo del eje de las *X*, siendo 10 cm la distancia mínima entre dos puntos que oscilan en fase. Sabiendo que la onda está generada por un foco emisor que vibra con un movimiento armónico simple de frecuencia 50 Hz y una amplitud de 4 cm, determina:

a) **La velocidad de propagación de la onda.**

b) **La expresión matemática de la onda si el foco emisor se encuentra en el origen de coordenadas y en $t = 0$ la elongación es nula.**

c) **La velocidad máxima de oscilación de una partícula cualquiera de la cuerda.**

d) **La aceleración máxima de oscilación de un punto cualquiera de la cuerda.**

De los datos se deduce: $\lambda = 0,1$m; $f = 50$ Hz; $A = 0,04$

Si la velocidad < 0 el producto $kx > 0$

a) $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = 5$ m/s. Expresamos la onda en función seno.

b) $y(x,t) = A sen(\omega t + kx + \delta)$; Si para t = 0, x = 0, y = 0 se deduce que $\delta = 0$.

$\omega = 2\pi f = 100\pi$; $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 20\pi$.

Por tanto $y(x,t) = 0,04 sen(100\pi t + 20\pi x)$

$v = \frac{dy}{dt} = 4\pi\cos(100\pi t + 20\pi x)$;

c) $v_m = 0,04 \cdot 100\pi = 4\pi$ m/s

$a = \frac{dv}{dt} = -0,04 \cdot 100^2 \cdot \pi^2 sen(100\pi t + 20\pi x)$;

d) $a_m = -400\pi^2$ m/s^2

22. Una onda transversal de amplitud $A = 5$ cm que se propaga por un medio material tarda 2 s en recorrer una distancia de 50 cm, y sus puntos más próximos de igual fase distan entre sí 25 cm. Determina:

a) **La expresión matemática de la función de onda si en el instante $t = 0$ la elongación en el origen, $x = 0$, es nula.**

b) **La aceleración de un punto de la onda situado en $x = 25$ cm, en el instante $t = 1$ s.**

Del enunciado se deduce:

$A = 0,05$ m; $\lambda = 0,25$ m; $v = \frac{0,5}{2} = 0,25$ m/s;

$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0,25}{0,25} = 1$ s; $f = 1$ Hz ; $\omega = 2\pi f = 2\pi$; $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 8\pi$

Como no se especifica el sentido de la velocidad: $\pm kx$.

a) Expresamos la onda en coseno:

$y(x,t) = 0,05 \cos(2\pi t \pm 8\pi x + \delta)$. Como para $t = 0$; $x = 0$, $y = 0 \Rightarrow$; $\delta = \frac{\pi}{2}$

$$y(x,t) = 0,05 \cos\left(2\pi t \pm 8\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a = \frac{d^2y}{dt^2} = -0,05 \cdot 4^2 \cdot \pi^2\cos\left(2\pi t \pm 8\pi x + \frac{\pi}{2}\right).$$

b) Para $t = 1$ s ; $X = 025$ m

$a = -0,05 \cdot 4 \cdot \pi^2 = -1,97$ m/s^2

23. Escribe la ecuación que representa una onda electromagnética polarizada de 5 V/m de amplitud y 1 MHz de frecuencia. Toma el eje *Ox* como dirección de propagación y *Oy* como plano de polarización.

La ecuación es del tipo:

$$y = A \cos (2\pi f t - k x)$$

Para aplicarla a la onda del problema hallamos en primer lugar sus constantes:

$$A = 5 \text{ V/m}; \quad f = 10^6 \text{ Hz}; \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{10^6 \text{ Hz}} = 300 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{150} \text{ m}^{-1}$$

De acuerdo con estos datos, la onda viene expresada por la siguiente ecuación:

$$y = 5 \cos (2\pi \cdot 10^6\, t - 6,7 \cdot 10^{-3}\, \pi \cdot x) \text{ V/m}$$

24. Una partícula de masa 5,0 g oscila con movimiento armónico simple, en torno a un punto *O*, con una frecuencia de 12 Hz y una amplitud de 4 cm. En el instante inicial la elongación de la partícula es nula.

a) **Si dicha oscilación se propaga según una dirección que tomamos como eje *Ox*, con una velocidad de 6,0 m/s, es-**

cribe la ecuación que representa la onda unidimensional originada.

b) **Calcula la energía que transmite la onda generada por el oscilador.**

a) Las constantes del movimiento son:

$$\omega = 2\pi f = 24\pi \text{ Hz}; \quad A = 0{,}04 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{24\pi}{6{,}0 \text{ m/s}} = 4\pi$$

La onda se propaga de acuerdo con la ecuación:

$$y = A \cos (2\pi f t - k x) = 0{,}04 \cos (24\pi t - 4\pi x)$$

b) Energía transmitida:

$$E = \frac{1}{2} \text{ m } \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 5\,678 \text{ s}^{-2} \cdot (0{,}04 \text{ m})^2 =$$
$$= 2{,}3 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

Interferencias. Ondas estacionarias

25. Responde a las siguientes cuestiones:

a) **Razona qué características deben tener dos ondas que se propagan por una cuerda tensa con sus dos extremos fijos, para que su superposición origine una onda estacionaria.**

b) **Explica qué valores de la longitud de onda pueden darse si la longitud de la cuerda es *L*.**

a) Deben tener las mismas características siguientes: La misma amplitud, la misma longitud de onda, la misma frecuencia y que se propaguen en sentido contrario.

b) Si la cuerda tiene los dos extremos fijos, en ambos puntos la onda estacionaria debe tener nodos. La separación entre dos nodos consecutivos ha de ser media longitud de onda. Por tanto, *L* será un múltiplo entero de semilongitudes de onda. Es decir, se cumple $L = n \frac{\lambda}{2}$

26. Una onda se propaga por una cuerda según la ecuación $y\ (x, t) = 0{,}2 \cos (200\ t - 0{,}10\ x)$ expresada en el SI. Calcula:

a) **La longitud de onda y la velocidad de propagación.**

b) **La onda estacionaria resultante de la interferencia de la onda anterior y otra igual que se propaga en sentido contrario.**

c) **La distancia entre dos nodos consecutivos.**

a) De la ecuación de la onda que se da en el enunciado se deduce que:

$$200 = 2\pi f; \quad f = \frac{200}{2\pi} = \frac{100}{\pi} \text{ Hz}$$

$$0{,}1 = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \lambda = 20\pi \text{ m}$$

$$v = \lambda f = 20\pi \text{ m} \cdot \frac{100}{\pi} \text{ Hz} = 2\,000 \text{ m/s}$$

b) La onda estacionaria que resulta de la interferencia viene dada por la ecuación:

$$y = 0{,}4 \text{ sen } 200\ t \cdot \text{sen } 0{,}1\ x$$

o también: $y = 2A \cos 200\ t \cdot \cos 0{,}1\ x$

c) La distancia entre dos nodos consecutivos es $\frac{\lambda}{2}$, por definición.

Por tanto, $d = 10\pi$ m.

27. La ecuación de una onda transversal que se propaga por una cuerda viene dada por $y\ (x, t) = 0{,}080 \cos \pi\ (100\ t - 0{,}80\ x)$ en unidades del SI. Calcula:

a) **La frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.**

b) **La máxima velocidad transversal de un punto de la cuerda.**

c) **La ecuación de la onda estacionaria que resultaría de la interferencia de la onda anterior con otra igual que se propagase en sentido contrario.**

a) De la ecuación se deduce que:

$f = 50$ Hz; $\lambda = 2{,}5$ m; $v = \lambda f = 2{,}5 \text{ m} \cdot 50 \text{ Hz} = 125$ m/s

b) La velocidad transversal de las partículas del medio es:

$$v = \frac{dy}{dt} = -8\pi \cdot \text{sen } \pi\ (100\ t - 0{,}80\ x)$$

Cuyo valor máximo es:

$$v_m = -8\pi = -25 \text{ m/s}$$

c) La ecuación de la onda estacionaria es del tipo:

$y = 2\ A \cos k\ x \cdot \cos 2\pi f t = 0{,}16 \cos 0{,}8\pi\ x \cdot \cos 100\pi\ t$

28. Una cuerda vibra según la ecuación en el SI:

$$y\ (x, t) = 10 \text{ sen } \frac{x\,\pi}{2} \text{ sen } 50\pi\ t$$

Calcula:

a) **La amplitud y la velocidad de las ondas cuya superposición da lugar a la onda anterior.**

b) **Distancia entre dos vientres consecutivos.**

a) Se trata de una onda estacionaria, cuya amplitud es el doble de las amplitudes de las ondas que interfieren. Por tanto, la amplitud de cada onda es $\frac{A}{2} = 5$ m. El número de onda y la frecuencia de la onda estacionaria coinciden con los valores de dichas magnitudes de las ondas concurrentes:

$$50\pi = 2\pi f; \quad f = 25 \text{ Hz}$$

$$k = \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \lambda = 4 \text{ m}$$

Por tanto, la velocidad de la propagación es:

$$v = \lambda f = 100 \text{ m/s}.$$

b) La distancia entre dos vientres consecutivos es media longitud de onda, $d = 2$ m.

29. Una onda viene dada por la ecuación:

$$y\ (x, t) = 0{,}2 \text{ sen } (\pi\ x) \cos (100\pi\ t) \text{ m}$$

en donde *x* está comprendida entre 0 y 6 m.

Calcula:

***a)* La longitud de onda y la frecuencia de la onda.**

***b)* El número de nodos, incluidos los extremos.**

***c)* La velocidad de propagación de la onda.**

a) La ecuación general de una onda estacionaria puede presentarse así:

$$y\ (x,\ t) = A_r \text{ sen } (2\pi\ f t)$$

La amplitud resultante es, en este caso, $A_r = 0{,}2$ sen $(\pi\ x)$, de donde podemos hallar la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \pi;\ \lambda = 2 \text{ m}$$

La parte de le ecuación de esta onda estacionaria, cos $(100\pi\ t)$, proporciona el valor de la frecuencia, si consideramos que:

$$\cos\ (100\pi\ t) = \cos\left(100\pi\ t + \frac{\pi}{2} t - \frac{\pi}{2} t\right) = \cos\left(\frac{201\pi}{2} t - \frac{\pi}{2} t\right)$$

Como además $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\text{sen } \alpha$, sucede que:

$$\cos\ (100\pi\ t) = \cos\left(\frac{201\pi}{2} t - \frac{\pi}{2} t\right) = -\text{sen } \frac{201\pi}{2} t.$$

Así, la frecuencia $f = \frac{201}{4} = 50{,}25$ Hz.

b) La longitud de onda es $\lambda = 2$ m y la onda se desplaza entre las posiciones $x = 0$ m y $x = 6$ m, por lo que el número de nodos es $N = \frac{L}{\lambda} + 1 = \frac{6 \text{ m}}{2 \text{ m}} + 1 = 7$.

c) La velocidad es $v = \lambda f = 2 \text{ m} \cdot 50{,}25 \text{ Hz} = 100{,}5$ m/s.

30. Una onda estacionaria viene expresada por la ecuación *y* (*x*, *t*) = 0,4 cos (0,1 *x*) cos 200 *t* en unidades del SI.

***a)* Calcula la distancia entre dos nodos consecutivos.**

***b)* ¿Cuál es la longitud de onda?**

***c)* ¿A qué distancia del origen de la onda se halla el nodo número 15?**

a) y *b)* La distancia entre dos nodos consecutivos es $\frac{\lambda}{2}$, por definición. Así, calculamos el valor de la longitud de onda a partir de la ecuación de la onda, $y\ (x,\ t) = 0{,}4 \cos\ (0{,}1\ x) \cos 200\ t$:

$k = 0{,}1$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0{,}1} = 20\pi \text{ m}$$

Es decir, la distancia entre nodos es $d = \frac{\lambda}{2} = 10\pi$.

c) La sucesión de nodos será $x = 5\pi\ (2n + 1)$, es decir, para el primer nodo, $n = 0$, $x = 5\pi$ m. Para el nodo que ocupa la posición 15, $n = 14$, es decir, $x = 5\pi \cdot (14 \cdot 2 + 1) = 145\pi$ m.

Sonido

31. Un foco sonoro emite una onda armónica de amplitud 7 Pa y frecuencia 220 Hz. La onda se propaga en el sentido negativo del eje *X* a una velocidad de 340 m/s. Si en el instante *t* = 0 la presión en el foco es nula, determina:

***a)* La ecuación de la onda sonora.**

***b)* La presión en el instante *t* = 3 s en un punto situado a 1,5 m del foco.**

De los datos se deduce $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 220 = 440\pi$ rad

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{440\pi}{340} = \frac{22\pi}{17}$$

a) $y(x,t) = 7\text{sen}\left(440\pi\ t + \frac{22\pi}{17}\right)$

b) $y(x,t) = 7\text{sen}\left(440\pi \cdot 3 + \frac{22\pi}{17} \cdot 1{,}5\right) = 7\text{sen}\left(\frac{22\pi}{17} \cdot 1{,}5\right) =$

$= -1{,}31$ Pa

32. En un campo de baloncesto, 1 000 espectadores gritan al unísono con un nivel de intensidad sonora de 60 dB cada uno. ¿Cuál es el nivel de intensidad sonora que producen todos juntos?

Al gritar todos al unísono, la intensidad de las ondas sonoras en un punto es la suma de las intensidades sonoras de todas las fuentes. Supongamos que todos están a la misma distancia del lugar de medida.

Sea $\beta = 10\log \frac{I}{I_o} = 60$ dB el nivel de intensidad de cada espectador; el nivel resultante será

$$\beta = 10\log \frac{1\,000\ I}{I_o} = 10\left(\log 1\,000 + \log \frac{I}{I_o}\right) = (30 + 60) \text{ dB} =$$

$= 90$ dB

33. Una ventana cuya superficie es de 1,5 m² está abierta a una calle cuyo ruido produce un nivel de intensidad de 65 dB. ¿Qué potencia acústica penetra por la ventana?

La intensidad se obtiene a partir de $65 = 10\log \frac{I}{I_o}$;

$I = 3{,}16 \cdot 10^{-6}$ W/m².

La potencia será $P = I \cdot S = 3{,}16 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}5 = 4{,}7 \cdot 10^{-6}$ W.

34. Un observador recibe simultáneamente dos sonidos cuyos niveles de intensidad sonora son 60 dB y 80 dB. Calcula:

***a)* La intensidad del sonido resultante.**

***b)* El nivel de intensidad sonora del mismo.**

Aplicamos la expresión del nivel de intensidad sonora a los dos casos

$$60 = 10\log \frac{I_1}{I_o} \Rightarrow \log \frac{I_1}{I_o} = 6 \Rightarrow I_1 = 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

$$80 = 10\log \frac{I_2}{I_o} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_o} = 8 \Rightarrow I_2 = 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

a) $I_T = I_1 + I_2 = 10^{-6} + 10^{-4} = 1{,}01 \cdot 10^{-4}$ W/m²

b) $\beta = 10\log \frac{1{,}01 \cdot 10^{-4}}{10^{-12}} = 10\log 1{,}01 \cdot 10^{8} = 80{,}04$ dB

35. Una fuente puntual emite un sonido que se percibe con un nivel de intensidad sonora de 50 dB a una distancia de 10 m.

***a)* Determina la potencia sonora de la fuente.**

***b)* ¿A qué distancia dejaría de ser audible el sonido?**

Dato: intensidad umbral del sonido $I_0 = 10^{-12}$ Wm^{-2}

a) La potencia sonora viene dada por $P = I \cdot S = I \cdot 4\pi r^2$. Del nivel obtenemos la intensidad.

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_o} \Rightarrow 5 = \log I + 12 \Rightarrow I = 10^{-7}\ \text{W/m}^2$$

$$P = 10^{-7} \cdot 4\pi r^2 = 1{,}25 \cdot 10^{-4}\text{W}$$

b) La intensidad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2};\ r_2^2 = \frac{I_1 \cdot r_1^2}{I_2} = \frac{10^{-7} \cdot 100}{10^{-12}} = 10^7;$$

$$r2 = \sqrt{10^7} = 3{,}16 \cdot 10^3\ \text{m}$$

36. Un espectador que se encuentra a 20 m de un coro formado por 15 personas percibe el sonido con un nivel de intensidad sonora de 54 dB.

a) Calcula el nivel de intensidad sonora con que percibiría a un solo miembro del coro cantando a la misma intensidad.

b) Si el espectador solo percibe sonidos por encima de 10 dB, calcula la distancia a la que debe situarse del coro para no percibir a este. Supón que el coro emite ondas esféricas, como un foco puntual, y todos los miembros del coro emiten con la misma intensidad.

Dato: umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

a) Del nivel sonoro $\beta = 10\log\frac{I}{I_o}$ tenemos

$$\frac{I}{I_o} = 10^{\frac{\beta}{10}} \Rightarrow I = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{54}{10}} = 2{,}5 \cdot 10^{-7}\ \text{W/m}^2$$

Potencia sonora generada por las 15 personas.

$$P = I \cdot S = 2{,}5 \cdot 10^{-7} \cdot 4\pi r^2 = 1{,}26 \cdot 10^{-3}\ \text{W}$$

Potencia generada por una persona:

$$P_1 = \frac{P}{15} = 1{,}26 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{15} = 8{,}4 \cdot 10^{-5}\ \text{W}$$

Intensidad percibida por una persona y nivel de intensidad.

$$I_1 = \frac{I}{15} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-7}}{15} = 1{,}67 \cdot 10^{-8}\ \text{W/m}^2$$

$$\beta_1 = 10\log\frac{I_1}{I_o} = 10\log\frac{1{,}67 \cdot 10^{-8}}{10^{-12}} = 42{,}4\ \text{dB}$$

b) Supongamos que A es el punto en donde el nivel sonoro es 54 dB y B el punto en donde se percibe con 10 dB. La intensidad en ese punto será:

$$I_B = I_o \cdot 10^{\frac{\beta_B}{10}} = 10^{-12} \cdot 10 = 10^{-11}\ \text{W/m}^2$$

$$\text{De} = \frac{I_A}{I_B} = \frac{r_B^2}{r_A^2} \Rightarrow r_B = r_A \cdot \sqrt{\frac{I_A}{I_B}} = 20\sqrt{\frac{2{,}5 \cdot 10^{-7}}{10^{-11}}} = 3\,162\ \text{m}$$

37. La potencia sonora del ladrido de un perro es aproximadamente de 1 mW y dicha potencia se distribuye uniformemente en todas las direcciones. Calcula:

***a)* La intensidad y el nivel de intensidad sonora a una distancia de 10 m del lugar donde se produce el ladrido.**

***b)* El nivel de intensidad sonora generada por el ladrido de 5 perros a 20 m de distancia de los mismos. Supón que todos los perros emiten sus ladridos en el mismo punto del espacio.**

Dato: intensidad umbral: $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

a) Intensidad sonora de un perro

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{10^{-3}}{4\pi \cdot 10^2} = 7{,}96 \cdot 10^{-7}\ \text{W/m}^2$$

$$\text{Nivel sonoro } \beta = 10\log\frac{I}{I_o} = 10\log\frac{7{,}96 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}} = 59\ \text{dB}$$

b) Si los 5 perros emiten desde el mismo punto la potencia será 5 veces mayor que la de un perro solo. Lo mismo ocurre con la intensidad.

$$I = \frac{5P}{S} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 20^2} = 9{,}95 \cdot 10^{-7}\ \text{W/m}^2$$

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_o} = 10\log\frac{9{,}95 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}} = 60\ \text{dB}$$

Efecto Doppler

38. Un murciélago va a la caza de un insecto. Si este se mueve a razón de 1 m/s y el murciélago a razón de 1,75 m/s, ¿cuál debe ser la frecuencia del sonido emitido por el mamífero para captar el sonido reflejado por el insecto con una frecuencia de 80 kHz?

La velocidad relativa del murciélago es $v_o = 0{,}75$ m/s y es a la vez emisor y receptor del sonido. Por tanto, se cumple $v_o = v_f$. El movimiento es de aproximación; por tanto, $(+v_o)$, $(-v_f)$. Aplicamos la expresión del efecto Doppler:

$$f' = f\frac{v + v_o}{v - v_f} = f\frac{340{,}75}{339{,}25};\ f = \frac{339{,}25}{340{,}75} \cdot 80\ \text{kHz} = 79{,}65\ \text{kHz}$$

39. Un pesquero faena en aguas jurisdiccionales de un país extranjero usando un sonar para detectar peces que emiten ondas de 500 Hz de frecuencia. Un guardacostas que está en reposo capta las ondas emitidas por el barco de pesca, que se aleja con una velocidad de 15 km/h. ¿Qué longitud de onda capta el guardacostas?

Dato: velocidad del sonido en el agua: 1 500 m/s.

El observador es el guardacostas que está parado $v_o = 0$. El barco se aleja. Por tanto, empleamos el signo positivo para su velocidad $v_f = 4{,}16$ m/s. Aplicamos el efecto Doppler para hallar la frecuencia f'.

$$f' = f\frac{v_s}{v_s - v_f} = 500\frac{1\,500}{1\,500 + 4{,}16} = 498{,}6\ \text{Hz}$$

$$\text{La longitud de onda será: } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{1\,500}{498{,}6} = 3{,}01\ \text{m}$$

40. Una ambulancia que emite un sonido de 520 Hz se acerca con una velocidad de 72 km/h hacia un observador en reposo situado en el arcén de una carretera, ¿qué frecuencia detecta el peatón?

Aplicamos la ecuación del efecto Doppler:

$$f' = f\frac{v + v_0}{v - v_f} = 520\ \text{Hz};\ \frac{340\ \text{m/s} + 0}{340\ \text{m/s} - 20\ \text{m/s}} = 553\ \text{Hz}$$