| | Pruebas de acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado<br>**Castilla y León** | **MATEMÁTICAS II** | **EJERCICIO**<br>**Nº Páginas: 2** |
|---|---|---|---|

**INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger libremente cinco ejercicios completos de los diez propuestos. Se expresará claramente cuáles son los elegidos. Si se resolvieran más, sólo se corregirán los 5 primeros que estén resueltos (según el orden de numeración de pliegos y hojas de cada pliego) y que no aparezcan totalmente tachados.**

**2.- CALCULADORA:** Podrán usarse calculadoras no programables, que no admitan memoria para texto, ni para resolución de ecuaciones, ni para resolución de integrales, ni para representaciones gráficas.

**CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: L**os 5 ejercicios se puntuarán sobre un máximo de 2 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. **Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales**, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

## E1.- (Álgebra)

**a)** Obtener todas las soluciones del sistema $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+2y-z=3 \end{cases}$ **(1 punto)**

**b)** Determinar todos los $a, b \in \mathbb{R}$ para que $x=5, y=-2,\ z=-2$ sea solución del sistema $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x+2y-z=3 \\ ax+2ay+bz=b \end{cases}$.

¿Para cuáles de esos valores la solución del sistema es única? **(1 punto)**

## E2.- (Álgebra)

Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ a & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ con $a \in \mathbb{R}-\{0\}$.

**a)** Calcular la matriz $C$, siendo $c_{11}=2$, tal que $AC=B$. **(1 punto)**

**b)** Si $D=B^tA$ siendo $B^t$ la traspuesta de $B$, determinar los valores de $a$ para los que $D$ tiene matriz inversa. **(1 punto)**

## E3.- (Geometría)

Dadas las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} x=1+t \\ y=2t \\ z=-1+t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$, y $r_2 \equiv \frac{x-1}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z}{2}$.

**a)** Razonar si existe un plano perpendicular a $r_2$ que contenga a $r_1$. **(1 punto)**

**b)** Calcular la recta con vector director perpendicular a los de las rectas $r_1$ y $r_2$ y que contiene al punto $(1,0,0)$. **(1 punto)**

## E4.- (Geometría)

Sea $r$ la recta que pasa por los puntos $(1,0,-1)$ y $(0,1,1)$,

**a)** Determinar el plano que contiene a la recta $r$ y al punto $P=(0,0,1)$. **(1 punto)**

**b)** Calcular la distancia de la recta $r$ al punto $P=(0,0,1)$. **(1 punto)**

**E5.- (Análisis)**
Sea

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2-x} & si \quad x < 1 \\ \ln(x) & si \quad x \geq 1 \end{cases}$$

**a)** Estudiar su continuidad y derivabilidad en $x = 1$. **(1 punto)**
**b)** Estudiar sus asíntotas verticales y horizontales. **(1 punto)**

**E6.- (Análisis)**
Dada la función $f(x) = x^2(x+3)$, determinar su dominio de definición, puntos de corte de su gráfica con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos.
**(2 puntos)**

**E7.- (Análisis)**
Calcular:

**a)** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(x^2)}{x^3+4x^2}$ **(1 punto)**

**b)** $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{sen}(x) cos^3(x)\, dx$ **(1 punto)**

**E8.- (Análisis)**
Dadas las funciones $f(x) = -x^2$ y $g(x) = x^3$.

**a)** Comprobar que las gráficas de dichas funciones en $[-1,0]$ sólo se cortan para $x = -1$ y $x = 0$.
Demostrar que en $[-1,0]$ $\quad g(x) \geq f(x)$ **(1 punto)**

**b)** Hallar el área del recinto limitado por las gráficas de dichas funciones. **(1 punto)**

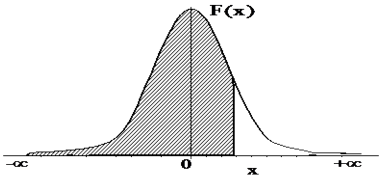
**E9.- (Probabilidad y Estadística)**
Sean $A$, $B$ y $C$ sucesos de un experimento aleatorio con probabilidades $P(A) = 0{,}3$, $P(B) = 0{,}4$ y $P(C) = 0{,}5$ tales que $A$ y $B$ son independientes y $A$ y $C$ son incompatibles. Calcular las probabilidades $P(A \cap B)$, $P(A \cap C)$, $P(A \cap \bar{C})$, $P(A \cup B)$ y $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ siendo $\bar{A}$, $\bar{B}$ y $\bar{C}$ los sucesos complementarios de $A$, $B$ y $C$ respectivamente. **(2 puntos)**

**E10.- (Probabilidad y Estadística)**
De las camionetas que recogen los envases reciclados de una localidad el 45% son de la marca C1, el 30% de la marca C2 y el 25% de la marca C3. La probabilidad de que una camioneta se averíe es: 0,02 si es de la marca C1, 0,05 si es de la marca C2 y 0,04 si es de la marca C3.

a) Indicar las 6 probabilidades que aparecen en el enunciado **(0,6 puntos)**
b) Si se selecciona una de esas camionetas al azar ¿qué probabilidad tiene de averiarse? **(0,7 puntos)**
c) Suponiendo que una de esas camionetas se ha averiado, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido una camioneta de la marca C3? **(0,7 puntos)**

Distribución Normal

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2}\, dt$$




| | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,0** | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| **0,1** | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| **0,2** | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| **0,3** | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| **0,4** | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| **0,5** | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| **0,6** | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| **0,7** | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| **0,8** | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| **0,9** | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| **1,0** | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| **1,1** | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| **1,2** | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9014 |
| **1,3** | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| **1,4** | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9318 |
| **1,5** | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| **1,6** | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| **1,7** | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| **1,8** | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| **1,9** | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| **2,0** | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| **2,1** | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| **2,2** | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| **2,3** | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| **2,4** | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| **2,5** | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| **2,6** | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| **2,7** | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| **2,8** | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| **2,9** | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |
| **3,0** | 0,9987 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9990 | 0,9990 |
| **3,1** | 0,9990 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9993 | 0,9993 |
| **3,2** | 0,9993 | 0,9993 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 |
| **3,3** | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9997 |
| **3,4** | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9998 |
| **3,5** | 0,9997 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 |
| **3,6** | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |